MAT01191 – Vetores e Geometria Analítica – Professora Miriam Telichevesky
Lista de Exercícios 6

1. Lembramos que um *losango* é um paralelogramo onde todos os lados têm mesma medida, e uma das consequências disto é que as diagonais são perpendiculares. Sabendo que $A = (-1, -1, 0)$, $B = (1, 4, a)$ e $C = (3, 1, 2)$ são vértices *consecutivos* de um losango, determine a e as coordenadas do outro vértice D.

2. São dados os pontos $A = (5, -3, 1)$, $B = (-2, 4, 3)$ e $C = (3, 1, -4)$.
   (a) Determine os pontos médios M de $\overline{BC}$, N de $\overline{AB}$ e Q de $\overline{AC}$.
   (b) Determine as coordenadas do ponto P de $\overline{AM}$ tal que $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PM}$.

3. Determine a para que os pontos $A = (1, 2, 4)$, $B = (2, 4, 1)$, $C = (1, 1, 5)$ e $D = (2, 2, a)$ sejam coplanares. (*Dica:* o produto misto entre três vetores deve ser zero...)

4. Determine m para que seja equilátero o triângulo ABC, sendo $A = (1, 2, -1)$, $B = (0, 1, 1)$ e $C = (m, 0, 0)$.

5. Um ponto P' é dito simétrico a P em relação ao ponto M se M é o ponto médio do segmento $\overline{PP'}$.
   (a) Faça um esboço da situação.
   (b) Mostre que P' deve satisfazer $P' = P + 2\overrightarrow{PM}$.
   (c) Calcule o ponto P', simétrico a $P = (1, 0, 3)$, em relação a $M = (1, 2, -1)$.

6. Um sistema de coordenadas (cartesiano) no espaço tridimensional, como vimos em aula, é constituído de uma origem (um ponto O) e uma base ortonormal positiva. Algumas vezes é conveniente (e faremos isso no estudo de cônicas) considerar um outro sistema de coordenadas com uma outra origem O', mas mesma base ortonormal positiva (outras vezes trocaremos a base, mas isso não vem ao caso agora). Imagine que temos em mãos dois sistemas de coordenadas, então, com origens distintas, mas mesma base ortonormal positiva. Convença-se que cada uma das afirmações abaixo é verdadeira (faça um esboço bidimensional, se quiser):
   (a) As coordenadas de um ponto A são diferentes em um sistema e no outro.
   (b) Mesmo que as coordenadas de A e B mudem de um sistema para o outro, as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AB}$ devem ser as mesmas.

7. Apresente uma equação para a esfera centrada em $C = (3, -2, 5)$ de raio 3. A seguir, faça o que é solicitado.
   (a) verifique se cada um dos pontos abaixo pertence ou não a esta esfera:
      i. $(6, -2, 5)$.
      ii. $(3, -2, 1)$.
      iii. $(10, 0, 0)$.
      iv. $(3, 1, 5)$.
   (b) Determine, se existirem, valores de α para que cada um dos pontos abaixo pertença à esfera.
      i. $(\alpha, -2, 5)$

ii. $(3, \alpha, 5)$

iii. $(9, 0, \alpha)$.

8. V ou F? Justifique. “A intersecção dos planos de equações $y = 1$ e $3(x-1) + 3y + z = 0$ pode ser descrita também utilizando unicamente a equação $3x + z = 0$, sem perda de informação.”