MAT01191 – Vetores e Geometria Analítica – Professora Miriam Telichevesky
Lista de Exercícios 4

Em toda esta Lista, os vetores estão expressos na base ortonormal ordenada positiva formada pelos vetores $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$.

1. Calcule $\vec{u} \wedge \vec{v}$ em cada um dos casos:
   (a) $\vec{u} = (-2, 1, 0)$ e $\vec{v} = (1, 3, -2)$.
   (b) $\vec{u} = (1, 1, 1)$ e $\vec{v} = (2, 2, 1)$.
   (c) $\vec{u} = (0, 1, 0)$ e $\vec{v} = (0, 3, 1)$.
   (d) $\vec{u} = (1, 2, 1)$ e $\vec{v} = (-2, -4, -2)$
   (e) $\vec{u} = (2, 1, -1)$ e $\vec{v} = (2, 5, 4)$.
   (f) $\vec{u} = (7, 0, 6)$ e $\vec{v} = (1, -4, 7)$.

2. V ou F? Justifique.
   (a) Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são unitários e L.I. então $\vec{u} \wedge \vec{v}$ é unitário.
   (b) Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são unitários com $\vec{u} \perp \vec{v}$ então $\vec{u} \wedge \vec{v}$ é unitário.

3. Calcule a área do paralelogramo $ABCD$ sendo $\overrightarrow{AB} = (1, 1, -1)$ e $\overrightarrow{AD} = (2, 1, 4)$.

4. Calcule a área do triângulo ABC, sendo que $\overrightarrow{AC} = (-1, 1, 0)$ e $\overrightarrow{AC} = (0, 1, 3)$.

5. Sabe-se que $\vec{x}$ é ortogonal simultaneamente a $(1, 1, 0)$ e a $(1, 0, 1)$, que tem norma 3 e que, sendo θ o ângulo de $\vec{x}$ com $(0, 1, 0)$, vale $0^o \leq \theta < 90^o$. Determine $\vec{x}$. (*Dica:* $\vec{x}$ deve ser paralelo ao produto vetorial de $(1, 1, 0)$ por $(1, 0, 1)$, basta descobrir qual múltiplo ele é; para isso utilize a informação sobre sua norma e sobre θ. Lembre que $0^o \leq \theta < 90^o \Rightarrow \cos\theta > 0$.)

6. (a) Prove que a altura do triângulo ABC relativa ao lado AB mede
$$h = \frac{\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}.$$
   (b) Diga como você calcula a distância de um ponto C à reta determinada por dois pontos distintos A e B.

7. (Extraído da bibliografia do curso). V ou F? Se for verdadeiro, demonstre; se for falso, dê um contra-exemplo.
   (a) Se $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, então $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{b} \wedge \vec{c} = \vec{c} \wedge \vec{a}$.
   (b) Se $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{b} \wedge \vec{a}$, então $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são paralelos.
   (c) $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{a} \wedge \vec{c}$ implica $\vec{b} = \vec{c}$.