MAT01339 – Cálculo e Geometria Analítica para Arquitetos – Professora Miriam Telichevesky
Lista de Exercícios 3

1. Determine equações para a reta no plano cartesiano que cumpre as seguintes características:
   (a) É paralela ao vetor $\vec{u} = (9, -4)$ e passa pelo ponto $(8, 0)$.
   (b) É perpendicular à reta do item (a) e passa pelo ponto $(7, -1)$.
   (c) Tem coeficiente angular (inclinação) $m = 1000$ e cruza o eixo x em $(\sqrt{6}, 0)$.
   (d) É vertical e passa por $(-2, 2)$.
   (e) É perpendicular à reta do item (c) e cruza o eixo y em $(0, 5)$.
   (f) Passa pelos pontos $A = (5, 4)$ e $B = (3, 2)$.
   (g) É a mediatriz do segmento $\overline{AB}$ do item (f).[1]

2. É dada a equação $x = y + 4$, mas não são dadas informações sobre a dimensão do espaço em que ela está sendo considerada. Discuta o que ela representa no caso dela ser uma equação sobre pontos:
   (a) No plano.
   (b) No espaço.

   Esboce cada uma das situações e as compare. Explique por que isso ocorre.

3. Determine equações paramétricas para os três planos coordenados (isto é, os planos que contêm os eixos).

4. Dados os planos $\Pi_1 : \{x = 1+3s-t, y = 2+t, z = 1+2s+t\}$ e $\Pi_2 : \{x = 4s-t, y = 2+s, z = 3-t\}$, determine:
   (a) três pontos não colineares em Π_1.
   (b) Uma reta contida em Π_1 que não seja paralela a $\vec{u} = (3, 0, 2)$ nem a $\vec{v} = (-1, 1, 1)$.
   (c) Idem (a) para Π_2.
   (d) Três retas contidas em Π_2 não paralelas duas a duas.

5. Quantos planos existem passando por $P = (1, 0, 2)$ e paralelos aos vetores $\vec{u} = (2, 3, -2)$ e $\vec{v} = (-1, -3/2, 1)$? Justifique sua resposta.

6. Quantos planos existem passando por $A = (-1, 1, 1)$, $B = (0, 3, 0)$ e $C = (1, 5, -1)$? Justifique sua resposta.

7. Obtenha equações paramétricas para o plano que contém a reta r e o ponto P, nos casos:
   (a) $P = (1, 1, 4)$, $r : \{x = 1 + t, y = t, z = t.\}$
   (b) $P = (0, 0, 2)$, r é a reta que passa por $A = (1, 1, -1)$ e $B = (0, 2, 3)$.

8. Obtenha uma equação geral do plano que passa por $A = (-1, 0, 2)$ e é ortogonal à reta de equações paramétricas $x = 1 - t, y = 2t, z = t$.

[1] A mediatriz de um segmento é a reta a ele perpendicular, e que passa pelo ponto médio de tal segmento.

9. Obtenha uma equação geral do plano que passa por A, B e C em cada um dos casos:

   (a) $A = (2,2,2), \quad B = (2,0,2), \quad C = (2,4,6)$.

   (b) $A = (4,2,-3), \quad B = (0,-2,2) \quad C = (2,4,2)$.

10. Obtenha uma equação geral do plano que passa por $A = (3,0,2)$ e é paralelo ao plano Π, em cada um dos casos:

    (a) Π tem equação $2x - y + z - 4 = 0$.

    (b) $\Pi : x - y - z + 10 = 0$.

    (c) $\Pi : z = 0$.

11. Dadas equações paramétricas de um plano, determine uma equação geral:

    (a) $\begin{cases} x = 1 + 2s + t \\ y = s - t \\ z = s + t \end{cases}$

    (b) $\begin{cases} x = 1 - s - t \\ y = 0 \\ z = s - 2t \end{cases}$

    (c) $\begin{cases} x = 30 \\ y = 10 + s + t \\ z = 10 - s - t \end{cases}$

12. Dê equações paramétricas da reta de intersecção dos planos Π_1 e Π_2, nos casos:

    (a) $\Pi_1 : x + y - z = 0, \quad \Pi_2 : x + y + z = 1$.

    (b) $\Pi_1 : x - y + z = 0, \quad \Pi_2 : x + y - z = 0$.

    (c) $\Pi_1 : 2x - y + z = 0, \quad \Pi_2 : x = s, y = s + t, z = 2s - t$.

13. Calcule o ângulo entre os planos Π_1 e Π_2, em cada um dos casos:

    (a) $\Pi_1 : x - y = 0 \quad \Pi_2 : y = 0$.

    (b) $\Pi_1 : x + y = 0, \quad \Pi_2 : x = 0$.

    (c) $\Pi_1 : x - y = 0, \quad \Pi_2 : x + y = 0$.

14. Determine m de modo que os planos Π_1 e Pi_2 sejam perpendiculares em cada um dos casos:

    (a) $\Pi_1 : mx + y - 3z - 1 = 0, \quad \Pi_2 : mx - my + 1 = 0$.

    (b) $\Pi_1 : x + y + z - m = 0, \quad \Pi_2 : -x + y + m = 0$.

    (c) $\Pi_1 : mx + y + z = 0, \quad \Pi_2 : mx + y - 4 = 0$.

15. Determine a posição relativa entre r e Π. A seguir, ache o ponto de intersecção, se houver.

    (a) $r : x = 1 - t, y = 1 + t, z = t, \ \ \Pi : x + y + z = 1$.

    (b) $r : x = 2 - 4t, y = t, z = 2t, \ \ \Pi : x + 2y + z = 0$.

(c) $r : x = t, y = 1 + 2t, z = t, \;\; \Pi : 3x - y = 3.$

16. A reta r é a reta de intersecção dos planos $\Pi_1 : 2x + 2y - z = 3$ e $\Pi_2 : x + y - z = 0$. Obtenha a intersecção de r com o plano $\Pi : x + 2y - 2z + 1 = 0$.

17. Discuta: como pode ser a intersecção de três planos Π_1, Π_2 e Π_3? A seguir, calcule $\Pi_1 \cap \P_2 \cap \P_3$, onde Π_1, Π_2 e Π_3 são dados pelas equações $x - y = 1$, $x - z = 2$ e $x + y + z = 6$.

18. A reta de intersecção dos planos dados por $x - 2y - 4z = 1$ e $x + 2y = 3$ é paralela ao plano $x - 2z = 3$?

19. Quantas retas existem

    (a) Fazendo um ângulo de $\pi/6$ com um plano dado?

    (b) Fazendo um ângulo de $\pi/6$ com um plano dado e passando por um determinado ponto deste plano?

    (c) Fazendo um ângulo de $\pi/6$ com o plano Π_1, passando por $A \in \Pi_1$ e ainda contidas num plano Π_2 tal que $A \in \Pi_2 \cap \Pi_1$?