MAT01191 – Vetores e Geometria Analítica – Professora Miriam Telichevesky
Lista de Exercícios 2 – Gabarito

1. Dois vetores são l.d. se são paralelos; em termos de coordenadas isso significa que um é múltiplo do outro. Simbolicamente, se $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ é vetor não nulo e $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$, então eles são paralelos se existe $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $\vec{v} = \alpha\vec{u}$, o que em termos de coordenadas significa $v_1 = \alpha u_1$, $v_2 = \alpha u_2$ e $v_3 = \alpha u_3$. Caso contrário eles são l.i..

2. (a) Não existe.
   (b) $a = 3$.
   (c) Não existe.
   (d) $a = 1$.

3. Uma condição para que tais vetores sejam l.d. é que os quatro pontos sejam coplanares. Para que sejam l.i. é que não sejam coplanares, ou seja, um plano contendo três deles não pode conter o quarto. Sim, essas são as únicas possibilidades para quatro pontos no espaço.

4. (a) $\vec{a} = -4\vec{b_1} + 7\vec{b_2} + 9\vec{b_3}, \vec{b} = \vec{b_3}, \vec{c} = 2\vec{b_1} - 5\vec{b_2}$.
   (b) $\vec{u} = (7, -\frac{1}{3}, 0)_{\mathcal{B}}, \vec{v} = (-6, 1, 8)_{\mathcal{B}}, \vec{w} = (-5, 0, -\frac{8}{3})_{\mathcal{B}}$

5. Existem infinitas respostas!!
   (a) Basta que $\vec{w}$ seja combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
   (b) Para a resposta estar correta, é necessário e suficiente que $\vec{w}$ tenha última coordenada não nula (reflita sobre isso).

6. Se $\vec{x}, \vec{y}$ e $\vec{z}$ são l.d. (ou seja, não foram uma base), então escolhendo representantes de mesma origem temos que eles são coplanares. Assim, qualquer combinação linear deles estará no mesmo plano (ainda com representante de mesma origem), de modo que $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ devem ser coplanares e portanto l.d.

7. (a) l.d., pois $\vec{y} = \vec{b} + \vec{c}$.
   (b) l.i., pois $\vec{a}$ e $\vec{x}$ geram o "plano do chão" e $\vec{y}$ está "saindo" deste plano.
   (c) l.d., pois quatro vetores do espaço sempre são l.d. (nem precisa pensar quem são os vetores!)
   (d) l.d., pois $\vec{w} = \vec{0}$.

   Por outro lado, se $\vec{x}, \vec{y}$ e $\vec{z}$ são l.i., então eles formam uma base $\mathcal{B}$. Escrevemos $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ em termos desta base e apelamos ao critério do determinante: $\vec{u} = (1, 1, -2)_{\mathcal{B}}, \vec{v} = (1, 1, 1)_{\mathcal{B}}$ e $\vec{w} = (3, 3, 0)_{\mathcal{B}}$, e o determinante que devemos analisar é

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix} = \cdots = 0.$$

8. $\vec{x} = 2\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c}$.

9. Não é possível, pois os três vetores apresentados são l.d.. Isso não contradiz pelo seguinte: uma base é sempre formada por três vetores, mas NÃO é verdade que quaisquer três vetores formam uma base.