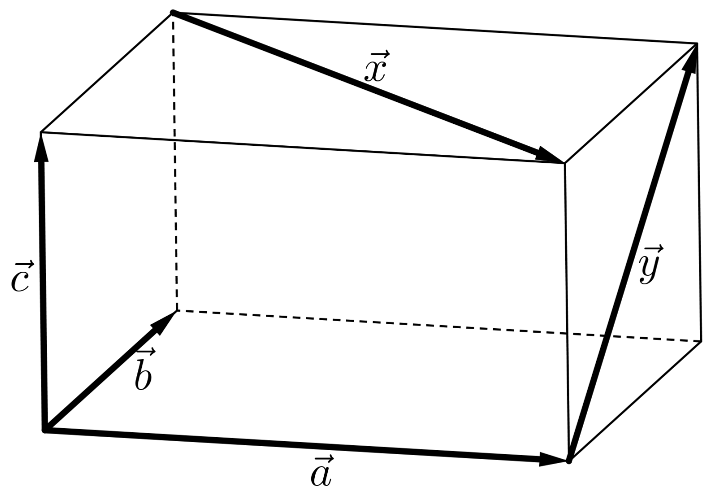
MAT01191 – Vetores e Geometria Analítica – Professora Miriam Telichevesky
Lista de Exercícios 2

Alguns dos exercícios desta lista são inspirados no livro texto da disciplina.

Salvo menção contrária, está fixada uma base ordenada $\mathcal{B}$ onde são expressas as coordenadas dos vetores.

1. Diga como você decide se **dois** vetores são l.i. ou l.d..
2. Verifique se existe $a \in \mathbb{R}$ que torne $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vetores l.d. (ou seja, paralelos) , em cada um dos casos. Se existir, explicite tal a.
   (a) $\vec{u} = (4, 2, a-1)$ e $\vec{v} = (a+2, 0, 5)$.
   (b) $\vec{u} = (0, a+1, 5)$ e $\vec{v} = (a-3, 8, 2a+4)$.
   (c) $\vec{u} = (a-2, a, 5)$ e $\vec{v} = (0, 2, 6)$.
   (d) $\vec{u} = (a, a+2, -1)$ e $\vec{v} = (a-2, -3, a)$.
3. São dados 4 pontos O, A, B, C. Dê uma condição para que $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OC}$ sejam l.d. e uma condição para que sejam l.i.. Estas são as únicas possibilidades?
4. Suponha que $\vec{b_1}, \vec{b_2}$ e $\vec{b_3}$ formam uma base ordenada $\mathcal{B}$ (nesta ordem). Faça o que se pede:
   (a) Escreva cada um dos vetores (representados por triplas ordenadas ou matrizes coluna, em termos da base $\mathcal{B}$) como combinação linear de $\vec{b_1}, \vec{b_2}$ e $\vec{b_3}$: $\vec{a} = (-4, 7, 9)_{\mathcal{B}}$, $\vec{b} = (0, 0, 1)_{\mathcal{B}}$, $\vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}}$.
   (b) Escreva em termos de tripla ordenada (em termos da base $\mathcal{B}$) as seguintes combinações lineares: $\vec{u} = 7\vec{b_1} - \frac{1}{3}\vec{b_2}$, $\vec{v} = \vec{b_2} - 6\vec{b_1} + 8\vec{b_3}$, $\vec{w} = -\frac{1}{3}\vec{v} - \vec{u}$.
5. Dados os vetores $\vec{u} = (4, 2, 0)$ e $\vec{v} = (-1, 3, 0)$, apresente um vetor $\vec{w}$ de modo que $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ sejam:
   (a) l.d..
   (b) l.i..
6. * Mostre que os vetores $\vec{u} = \vec{x} + \vec{y} - 2\vec{z}$, $\vec{v} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$ e $\vec{w} = 3\vec{x} + 3\vec{y}$ são l.d., independentemente de quais são os vetores $\vec{x}, \vec{y}$ e $\vec{z}$. (*Dica:* suponha que $\vec{x}, \vec{y}$ e $\vec{z}$ formam uma base, e depois que não formam.)

7. Na figura a seguir, os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ estão sobre as arestas de um paralelepípedo. Diga se os vetores são l.d. ou l.i., justificando sua resposta.



(a) $\vec{b}, \vec{c}, \vec{y}$.

(b) $\vec{a}, \vec{x}, \vec{y}$.

(c) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}$.

(d) $\vec{a}, \vec{w} = \vec{x} - \vec{a} + \vec{b}$.

8. Dados os vetores $\vec{a} = (5, -1, 0)$, $\vec{b} = (2, 0, 1)$ e $\vec{c} = (0, 1, 3)$, escreva o vetor $\vec{x} = (2, -1, -1)$ como combinação linear de $\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{c}$.

9. É possível escrever $(0, 0, 1)$ como combinação linear de $(1, 2, 1), (1, 0, 1)$ e $(1, 1, 1)$? Por que isso não contradiz o fato que uma base é sempre formada por 3 vetores?