MAT01339 – Cálculo e Geometria Analítica para Arquitetos – Professora Miriam Telichevesky
Lista de Exercícios 2

1. Sejam $\vec{u} = (0, 1, 2)$ e $\vec{v} = (2, 4, -6)$. Calcule:
   (a) $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$.
   (b) $\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$.
   (c) $\|\vec{u}\|$.
   (d) $\|\vec{v}\|$.
   (e) $\langle (2\vec{u} + \vec{v}), \vec{u} \rangle$.
   (f) $\langle (\vec{u} + \vec{v}), (\vec{u} - \vec{v}) \rangle$.

2. Tem-se que $\vec{u} = (\sqrt{m}, 1, \frac{1}{2})$ e $\vec{v} = (\sqrt{m}, \frac{1}{2}, 1)$. Determine o valor de m sabendo que o cosseno do ângulo θ entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é:
   (a) $9/10$.
   (b) $1/3$.
   (c) $0,8$.

3. Utilize produto interno para mostrar que as diagonais de um cubo não são ortogonais.

4. Escreva equações da reta que passa por A e é paralela a $\vec{v}$, em cada um dos casos:
   (a) $A = (3, 4, 2)$ e $\vec{v} = (1, -1, 0)$.
   (b) $A = (0, 0, 0)$ e $\vec{v} = (1, 2, 1)$.
   (c) $A = (3, 5, 18)$ e $\vec{v} = (5, 20, -14)$.
   (d) $A = (0, 0, 0)$ e $\vec{v} = (1, 0, 0)$.

5. Escreve equações da reta que passa por A e B, em cada um dos casos:
   (a) $A = (3, -1, 4)$ e $B = (4, 0, 5)$.
   (b) $A = (0, 1, 3)$ e $B = (-1, -1, 2)$.
   (c) $A = (0, 0, 0)$ e $B = (2, 0, 0)$.

6. Dados o ponto $A = (2, 0, 3)$ e a reta $r : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = t. \end{cases}$
   (a) Mostre que $A \notin r$.
   (b) Determine uma equação para a reta s que passa por A e é paralela a r.

7. Verifique se os pontos P e Q pertencem à reta r, em cada um dos casos:
   (a) $r : x = 3 - t, y = 2 + t, z = 1 - 2t; \quad P = (0, 5, -5), Q = (1, 0, 4)$.
   (b) $r : x = 4 + 2t, y = 5 - 3t, z = t; \quad P = (6, 2, 2), Q = (8, -1, 2)$.

8. Apresente um exemplo de reta que passa pelo ponto $A = (1, 2, 3)$ e é:

(a) paralela ao eixo x.

(b) paralela ao plano yOz (ou seja, o plano $x = 0$) mas não paralela a algum eixo coordenado.

9. Calcule a medida do ângulo entre as retas r e s:

$$r : \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + t \\ z = -t. \end{cases} , \quad s : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 3. \end{cases}$$

10. Calcule $\cos\theta$, sendo θ a medida do ângulo entre r e s, em cada um dos casos:

(a) $r : \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 3 - t. \end{cases} , \quad s : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = 2t. \end{cases}$

(b) $r : \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t. \end{cases} , \quad s : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 3. \end{cases}$

(c) $r : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t. \end{cases} , \quad s : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = t. \end{cases}$

11. V ou F? Justifique! Para quaisquer que forem os vetores não nulos $\vec{v}$ e $\vec{w}$, vale

$$\angle(\vec{v}, \vec{w}) + \angle(-\vec{v}, \vec{w}) = \pi.$$

12. Determine $m \in \mathbb{R}$ de modo que sejam ortogonais as retas

$$r : \begin{cases} x = \frac{1}{2} + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} x = mt \\ y = 3 \\ z = 1 - t. \end{cases}$$