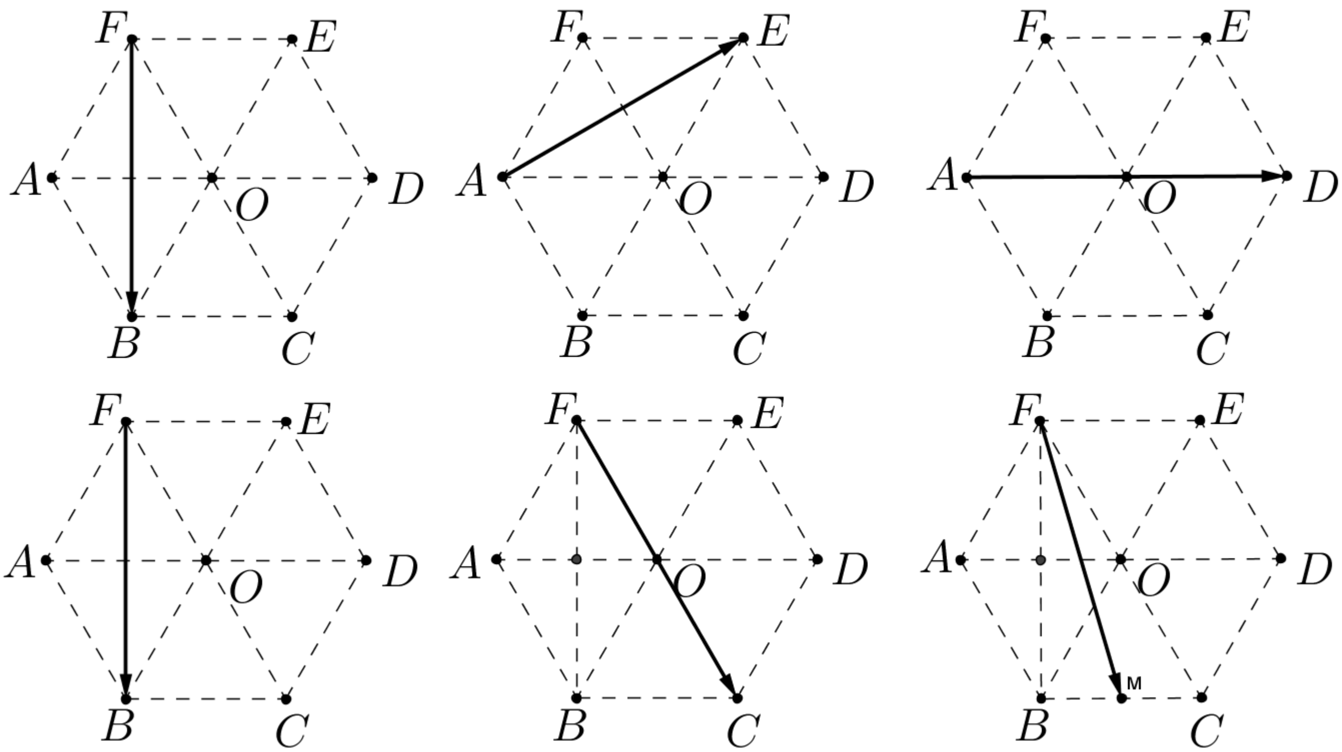
MAT01339 – Cálculo e Geometria Analítica para Arquitetos – Professora Miriam Telichevesky
Gabarito da Lista de Exercícios 1

1. (a) Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm mesmo sentido, então basta somar as normas, isto é, $\|\vec{u}+\vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.
   Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm sentidos contrários, então basta fazer a maior norma menos a menor norma. Algebricamente, pode ser:
   $$\|\vec{u}+\vec{v}\| = |\|\vec{u}\| - \|\vec{v}\||\,.$$

   (b) A norma da soma de vetores é o comprimento de uma das diagonais do paralelogramo determinado por eles. Um contraexemplo fácil é quando os vetores são ortogonais, e deve-se utilizar o Teorema de Pitágoras para calcular a norma da soma.

2. $\vec{AC}$, $\vec{AD}$, $\vec{0}$, $\vec{0}$, $\vec{0}$, $\vec{AE} = \vec{CB}$, onde E é o ponto na reta AD simétrico a D com respeito a A. (é necessário desenhar E pois foi solicitado um representante iniciando em A, caso contrário a resposta poderia ser $\vec{CB}$.).

3. Obs: A resposta deste exercício não é única! (Por quê?)



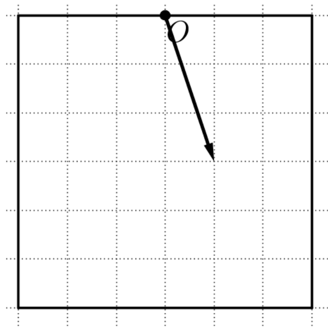
4. $\|\vec{v}\| = |\alpha|\|\vec{u}\|$, então as respostas são:

   (a) $5/3$

   (b) $-5/3$.

5. $\vec{CX} = \frac{3}{4}\vec{CA} + \frac{1}{4}\vec{CB}$.

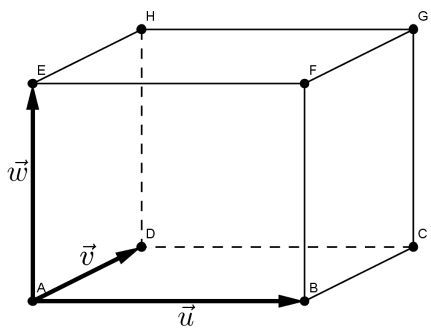
6. Figura abaixo:



7. (a) $\overrightarrow{BO} = \vec{u} + \vec{v}$
   (b) $\overrightarrow{BE} = 2(\vec{u} + \vec{v})$
   (c) $\overrightarrow{EC} = -\vec{u} - 2\vec{v}$
   (d) $\overrightarrow{EG} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}$
   (e) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{u}$
   (f) $\overrightarrow{FG} = \frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}$

8. Ignore este "exercício", ele é parte do 9..

9. Figura abaixo:



   (a) $\overrightarrow{AG} = \vec{AC} + \vec{w}$.
   (b) $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$.
   (c) $\overrightarrow{AG} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.
   (d) $\overrightarrow{DF} = \vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$.

10. $\alpha = \beta = 1$.

11. Não há como $\alpha - 1$ e $2 - \alpha^2$ serem simultaneamente nulos, e portanto existe uma combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ resultando no vetor nulo sem que os coeficiente sejam zero. Isso mostra que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são linearmente dependentes.

    Existem infinitos valores de α, determinados pelas normas de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ e pelo sentido deles.

12. Como $\vec{v}$ é paralelo a ele mesmo, $\theta = \angle(\vec{v}, \vec{v}) = 0$ e portanto $\cos\theta = 1$. Assim, $\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = \|\vec{v}\|\|\vec{v}\|1 = \|\vec{v}\|^2$.

13. (a) $[-2,5,-4]$; $\sqrt{57}$
    (b) $[4,-7,14]$; $\sqrt{261}$.
    (c) $[-1,1,-5]$; $\sqrt{27}$.
    (d) $[2,-3,8]$; $\sqrt{77}$.

14. Falso. Uma justificativa pode ser o que foi feito no exercício 1; em geral, $\vec{u}+\vec{v}$ e $\vec{u}-\vec{v}$ têm representantes sobre as diagonais de um paralelogramo que tem lados $\vec{u}$ e $\vec{v}$. Estas diagonais são iguais apenas quando se trata de um losango, ou seja, quando $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm mesma norma.

15. Ainda com a notação provisória $[a,b,c]=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$, calcule o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ em cada um dos casos abaixo:

    (a) $\pi/2$.
    (b) $\pi/4$.

16. Existem dois tais vetores. Veremos isto com mais detalhes ao estudar o produto vetorial.