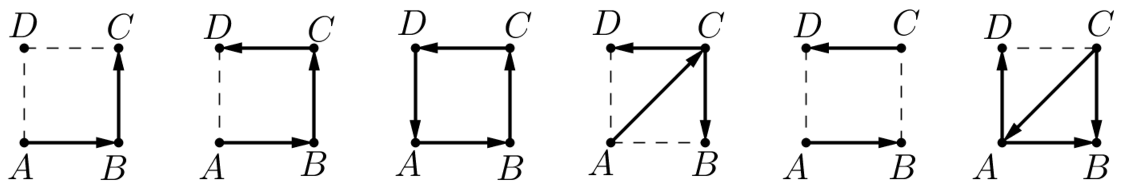
MAT01339 – Cálculo e Geometria Analítica para Arquitetos – Professora Miriam Telichevesky
Lista de Exercícios 1

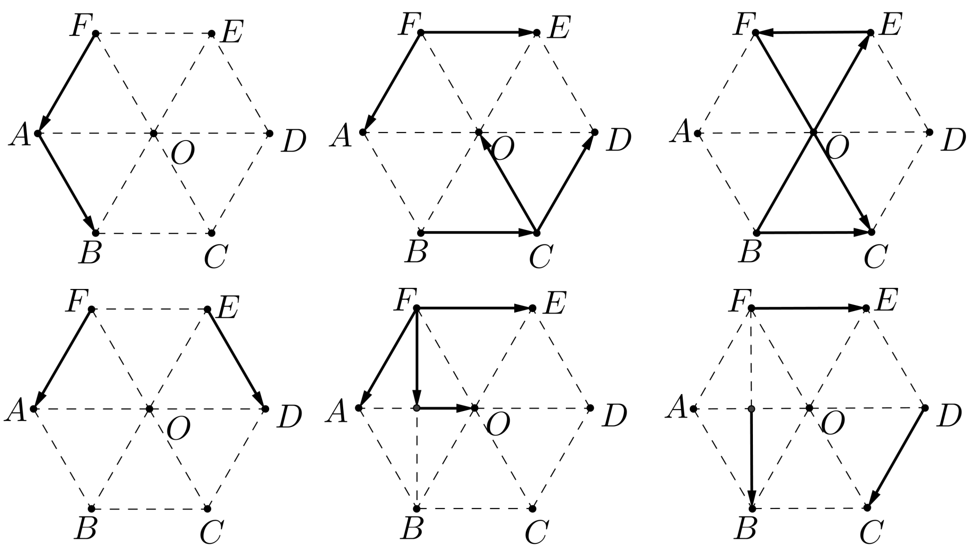
1. (a) Explique como você determina o comprimento do vetor $\vec{u} + \vec{v}$ quando $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm a mesma direção e comprimentos conhecidos.

   (b) Mostre que suas afirmações do item anterior não valem em geral, isto é, para $\vec{u}$ e $\vec{v}$ quaisquer.

2. Desenhe, em cada item, o representante, com ponto inicial em A, da soma dos vetores indicados sobre o quadrado.



3. Desenhe um representante da soma dos vetores sobre hexágonos regulares indicados na figura.

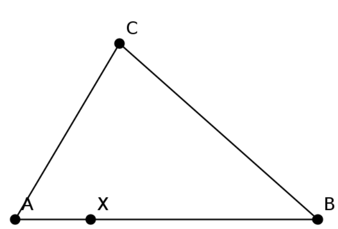


4. Os vetores $\vec{u}$ $\vec{v}$ são paralelos, $\vec{u}$ tem norma 30 e $\vec{v}$ tem norma 50. Sabemos que podemos escrever $\vec{v} = \alpha\vec{u}$. Determine α nos casos:

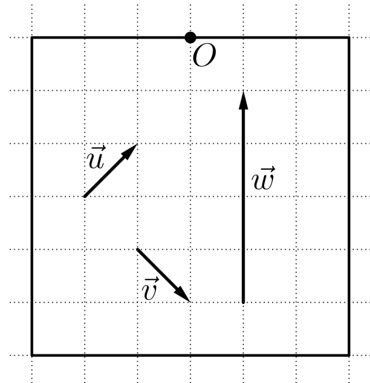
   (a) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm mesmo sentido

   (b) $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm sentidos opostos.

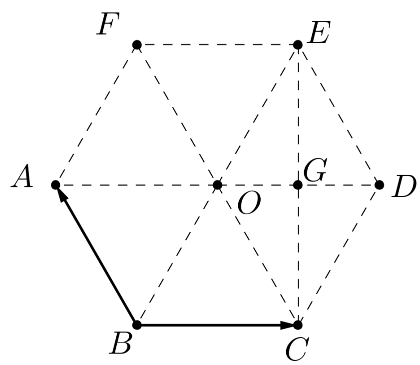
5. São dados A, B, C X como na Figura, sendo que o comprimento de $\overline{AX}$ é 1/4 do comprimento de $\overline{AB}$. Exprima $\overrightarrow{CX}$ como combinação linear de $\overrightarrow{CA}$ e $\overrightarrow{CB}$.



6. Os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ estão representados na Figura. Represente o vetor $x = -2\vec{u} + 3\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$ por uma flecha com origem em O.



7. Na figura se representa um hexágono regular, $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{BA}$. Exprima como combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ cada um dos vetores abaixo:



(a) $\overrightarrow{BO}$

(b) $\overrightarrow{BE}$

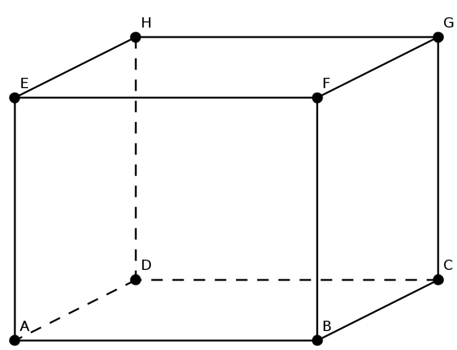
(c) $\overrightarrow{EC}$

(d) $\overrightarrow{EG}$

(e) $\overrightarrow{OG}$

(f) $\overrightarrow{FG}$

8. A figura mostra um paralelepípedo retângulo.



9. Esboce no paralelepípedo os vetores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{AE}$ e exprima:

(a) $\overrightarrow{AG}$ em função de $\vec{AC}$ e $\vec{w}$.
(b) $\overrightarrow{AC}$ em função de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
(c) $\overrightarrow{AG}$ em função de $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$.
(d) $\overrightarrow{DF}$ em função de $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$.

10. Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ não são paralelos. Determine α e β sabendo que
$$(2\alpha - 2\beta)\vec{u} + (\alpha + \beta - 2)\vec{v} = \vec{0}.$$

11. DESAFIO! Sabendo que
$$(\alpha - 1)\vec{u} + (2 - \alpha^2)\vec{v} = \vec{0},$$
mostre que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ devem ser paralelos. Neste caso, quais são os possíveis valores de α? Justifique sua resposta.

12. Mostre que $\|\vec{v}\|^2 = \langle \vec{v}, \vec{v} \rangle$ para qualquer que seja o vetor $\vec{v}$.

13. Neste exercício, vamos utilizar a notação provisória $[a, b, c]$ para denotar o vetor
$$[a, b, c] = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k},$$
onde $\vec{i}, \vec{j}$ e $\vec{k}$ formam a base ortonormal ordenada usual. Sabendo que $\vec{u} = [0, 1, 2]$ e $\vec{v} = [-2, 4, -6]$, determine as coordenadas nesta base de cada um dos vetores abaixo e calcule sua norma:

(a) $\vec{u} + \vec{v}$.
(b) $\vec{u} - 2\vec{v}$.
(c) $-\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$.
(d) $\vec{u} - \vec{v}$.

14. V ou F? Justifique
$$\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u} - \vec{v}\|$$
para quaisquer que sejam os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

15. Ainda com a notação provisória $[a, b, c] = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$, calcule o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ em cada um dos casos abaixo:

(a) $\vec{u} = [1, 3, -1]$, $\vec{v} = [0, -1, -3]$.
(b) $\vec{u} = \left[\dfrac{\sqrt{2}}{2}, -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$, $\vec{v} = [1, -1, 0]$.

16. DESAFIO! Quantos vetores $\vec{u}$ existem satisfazendo
$$\|\vec{u}\| = 3\sqrt{3},\ \vec{u} \text{ é ortogonal a } \vec{v} = [2, 3, -1] \text{ e a } \vec{w} = [2, -4, 6] \ ?$$