

MAT01355 : SIMULADO DO EXAME 1
02/05/2019

QUESTÃO 1. (4 pontos) Encontre o conjunto de soluções dos sistemas lineares abaixo:

$$\begin{array}{l} a) \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 3 \end{array} \right] \\ c) \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 3 & 20 \\ 2 & 3 & 1 & 11 \\ 3 & 5 & 2 & 18 \\ 1 & 2 & 6 & 17 \end{array} \right] \\ b) \left[\begin{array}{ccccc|c} 11 & 13 & 17 & 23 & 29 & 31 \\ 3 & 8 & 11 & 12 & 13 & 17 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \right] \\ d) \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 8 & 5 & 5 & 8 & 5 \end{array} \right] \end{array}$$

QUESTÃO 2. (3 pontos) Decida para que valores de t a matriz

$$A = \begin{bmatrix} t & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & t \end{bmatrix}$$

é invertível. Para esses valores, calcule A^{-1} .

QUESTÃO 3. (3 pontos) Considere a função linear

$$f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad f \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \end{bmatrix}$$

Encontre uma base \mathcal{B} para o núcleo $N(f)$ de f e uma base \mathcal{C} para a imagem $I(f)$ de f , e verifique que

$$4 = \dim \mathbb{R}^4 = \dim N(f) + \dim I(f).$$

RESPOSTAS:

$$1a) = \left\{ \left[\begin{array}{c} 14 \\ -16 \\ -1 \\ -1 \end{array} \right] \right\},$$

$$1b) = \emptyset$$

$$1c) = \left\{ \left[\begin{array}{c} 3 \\ 1 \\ 2 \end{array} \right] \right\},$$

$$1d) = \left\{ \left[\begin{array}{c} 7x_3 - x_4 - 7 \\ 5 - 5x_3 - x_5 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \right] \mid x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}$$

$$2) t \neq \{0, 1\},$$

$$A^{-1} = \frac{1}{t(t-1)} \begin{bmatrix} t-3 & 1-t & 2 \\ 3+2t & t^2-1 & -3t-2 \\ -3 & 1-t & t+2 \end{bmatrix}$$

$$3) \mathcal{B}_N = \left\{ \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{array} \right] \right\},$$

$$3) \mathcal{B}_I = \left\{ \left[\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 3 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right] \right\}$$