

**MAT01355 : SIMULADO DO EXAME 1**  
**18/04/2018**

**QUESTÃO 1. (4 pontos)** Encontre o conjunto de soluções dos sistemas lineares abaixo:

$$\begin{array}{ll}
 a) \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right] & b) \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array} \right] \\
 c) \left[ \begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 6 & 4 \end{array} \right] & d) \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 8 & 5 & 5 & 8 & 4 \end{array} \right]
 \end{array}$$

**QUESTÃO 2. (3 pontos)** Decida para que valores de  $t$  a matriz

$$A = \begin{bmatrix} t & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & t \end{bmatrix}$$

é invertível. Para esses valores, calcule  $A^{-1}$ .

**QUESTÃO 3. (3 pontos)** Considere a função linear

$$f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad f \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 \end{bmatrix}$$

Encontre uma base  $\mathcal{B}$  para o núcleo  $N(f)$  de  $f$  e uma base  $\mathcal{C}$  para a imagem  $I(f)$  de  $f$ , e verifique que

$$4 = \dim \mathbb{R}^4 = \dim N(f) + \dim I(f).$$

**RESPOSTAS:**

$$1a) = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}, \quad 1b) = \left\{ \begin{bmatrix} 7x_3 - x_4 - 7 \\ 5 - 5x_3 - x_5 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \mid x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}$$

$$1c) = \emptyset,$$

$$1d) = \emptyset,$$

$$2) t \neq \{2, 3\}, \quad A^{-1} = \frac{1}{(t-2)(t-3)} \begin{bmatrix} t-3 & 1-2t & 5 \\ 3-t & t^2-1 & 1-3t \\ 0 & 2-t & t-2 \end{bmatrix}$$

$$3) \mathcal{B}_N = \left\{ \begin{bmatrix} -7 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \quad 3) \mathcal{B}_I = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$$