

**MAT01110 : QUARTO SIMULADO DO EXAME 2**  
**23/11/2019**

Sejam  $v, w \in \mathbb{R}^3$  os vetores

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

Defina o **produto vetorial**

$$v \times w := \begin{pmatrix} \det \begin{pmatrix} v_2 & w_2 \\ v_3 & w_3 \end{pmatrix} \\ \det \begin{pmatrix} w_1 & v_1 \\ w_3 & v_3 \end{pmatrix} \\ \det \begin{pmatrix} v_1 & w_1 \\ v_2 & w_2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

- i) (2.0) Verifique que  $v \times w$  é zero se e só se  $v$  e  $w$  são linearmente dependentes.  
Supondo de agora em diante que

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix},$$

- ii) (2.0) Calcule  $v \times w$ ;  
iii) (2.0) Calcule o ângulo entre  $v \times w$  e o plano gerado por  $v$  e  $w$ .  
iv) (2.0) Mostre que  $\|v \times w\|^2 = \|v\|^2\|w\|^2 - \langle v, w \rangle^2$ .  
v) (2.0) Encontre a projeção ortogonal do plano gerado por  $v$  e  $w$ .