MAT01110 : SIMULADO DO EXAME 1
25/09/2019

QUESTÃO 1. (4 pontos) Encontre o conjunto de soluções dos sistemas lineares abaixo:

$$a)\ \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{array}\right] \qquad b)\ \left[\begin{array}{ccccc|c} 11 & 13 & 17 & 23 & 29 & 31 \\ 3 & 8 & 11 & 12 & 13 & 17 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 \end{array}\right]$$

$$c)\ \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 2 & 3 & 20 \\ 2 & 3 & 1 & 12 \\ 3 & 5 & 2 & 18 \\ 1 & 2 & 6 & 17 \end{array}\right] \qquad d)\ \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 5 & 4 \end{array}\right]$$

RESPOSTAS:

$$\mathrm{Sol}(a) = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}, \qquad \mathrm{Sol}(b) = \varnothing, \quad \mathrm{Sol}(c) = \varnothing, \qquad \mathrm{Sol}(d) = \left\{ \begin{bmatrix} 7x_3 - x_4 - 7 \\ -5x_3 - x_5 + 5 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \;\middle|\; x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}$$

QUESTÃO 2. (3 pontos) Sejam a, b, c números reais. Decida para que valores de t o sistema linear

$$\left[\begin{array}{ccc|c} t & 1 & 1 & a \\ -2 & 1 & 3 & b \\ 1 & 1 & t & c \end{array}\right]$$

tem solução única, e determine essa solução. Para esses valores, calcule A^{-1}.

RESPOSTA: Para t diferente de 0 e 1, em cujo caso

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{t-3}{t(1-t)} & \frac{1-t}{t(1-t)} & \frac{2}{t(1-t)} \\ \frac{2t+3}{t(1-t)} & \frac{t^2-1}{t(1-t)} & \frac{-3t-2}{t(1-t)} \\ \frac{-3}{t(1-t)} & \frac{1-t}{t(1-t)} & \frac{t+2}{t(1-t)} \end{bmatrix}$$

QUESTÃO 3. (3 pontos) Seja $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ a função linear

$$f\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \\ 19 \end{bmatrix}$$

Encontre uma base para o núcleo e para a imagem de f.

RESPOSTA:

$$B_N = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \qquad B_I = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix} \right\}$$