

MAT01110 : EXAME 1

08/10/2019

QUESTÃO 1. (4 pontos) Encontre o conjunto de soluções dos sistemas lineares abaixo:

$$\begin{aligned}
 a) & \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 8 & 1 \\ 3 & 9 & 27 & 2 \\ 4 & 16 & 64 & 3 \end{array} \right] \\
 b) & \left[\begin{array}{ccccc|c} 13 & 17 & 19 & 23 & 29 & 31 \\ 5 & 5 & 3 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 \end{array} \right] \\
 c) & \left[\begin{array}{cccccc|c} 6 & 12 & 1 & 25 & 32 & 39 & 46 \\ 2 & 4 & 1 & 13 & 16 & 19 & 22 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & 12 & 15 & 18 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

RESPOSTAS:

$$a) \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 8 & 1 \\ 3 & 9 & 27 & 2 \\ 4 & 16 & 64 & 3 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{24} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{9}{24} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{24} \end{array} \right]$$

$$\text{Sol}(a) = \left\{ \frac{1}{24} \begin{bmatrix} -2 \\ 9 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$b) \left[\begin{array}{ccccc|c} 13 & 17 & 19 & 23 & 29 & 31 \\ 5 & 5 & 3 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -\frac{11}{5} & -\frac{16}{5} & -3 & -\frac{9}{5} \\ 0 & 1 & \frac{14}{5} & \frac{19}{5} & 4 & \frac{16}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\text{Sol}(b) = \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{5}(-9 + 11x_3 + 16x_4 + 15x_5) \\ \frac{1}{5}(16 - 14x_3 - 19x_4 - 20x_5) \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \mid x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}$$

$$c) \left[\begin{array}{cccccc|c} 6 & 12 & 1 & 25 & 32 & 39 & 46 \\ 2 & 4 & 1 & 13 & 16 & 19 & 22 \\ 3 & 6 & 0 & 9 & 12 & 15 & 18 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{cccccc|c} 1 & 2 & 0 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\text{Sol}(c) = \left\{ \begin{bmatrix} 6 - 2x_2 - 3x_4 - 4x_5 - x_6 \\ x_2 \\ 10 - 7x_4 - 8x_5 - 9x_6 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \mid x_2, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{R} \right\}$$

QUESTÃO 2. (3 pontos) Decida para que valores de t a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & t \\ t & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

é invertível, e para esses valores, calcule A^{-1} .

RESPOSTA: Para t diferente de $\frac{5}{2}$, em cujo caso

$$A^{-1} = \frac{1}{5-2t} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -2 \\ \frac{t^2}{3} & \frac{5-2t}{3} & \frac{-t}{3} \\ -t & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

QUESTÃO 3. (3 pontos) Seja $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ a função linear

$$f \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Encontre uma base para o núcleo e para a imagem de f .

RESPOSTA:

$$B_N = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}, \quad B_I = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$