FÓRMULAS BÁSICAS DE ÁLGEBRA

Operaciones aritméticas

$$a(b+c) = ab + ac, \qquad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}, \qquad \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

Leyes de los signos

$$-(-a) = a, \qquad \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} = \frac{a}{-b}$$

Cero La división entre cero no está definida.

$$\text{Si } a \neq 0\text{: } \frac{0}{a} = 0, \quad a^0 = 1, \quad 0^a = 0$$

Para cualquier número a: $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$

Leyes de los exponentes

$$a^m a^n = a^{m+n}, \qquad (ab)^m = a^m b^m, \qquad (a^m)^n = a^{mn}, \qquad a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

Si $a \neq 0$,

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \qquad a^0 = 1, \qquad a^{-m} = \frac{1}{a^m}.$$

El teorema del binomio Para cualquier entero positivo n,

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}a^{n-3}b^3 + \cdots + nab^{n-1} + b^n.$$

Por ejemplo,

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Factorización de una diferencia de potencias iguales de enteros, $n > 1$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Por ejemplo,

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b),$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2),$$

$$a^4 - b^4 = (a-b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3).$$

Cómo completar un cuadrado Si $a \neq 0$,

$$ax^2 + bx + c = au^2 + C \qquad \left(u = x + (b/2a),\ C = c - \frac{b^2}{4a}\right)$$

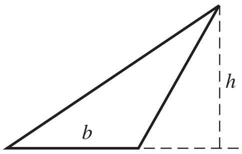
La fórmula cuadrática Si $a \neq 0$ y $ax^2 + bx + c = 0$, entonces

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

FÓRMULAS DE GEOMETRÍA

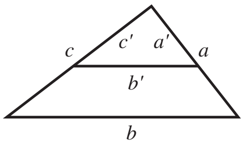
$A =$ área, $B =$ área de la base, $C =$ circunferencia,
$S =$ área lateral o área de la superficie, $V =$ volumen

Triángulo



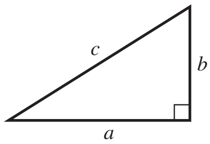
$A = \frac{1}{2}bh$

Triángulos semejantes



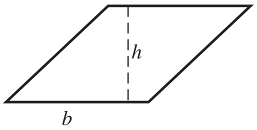
$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$

Teorema de Pitágoras



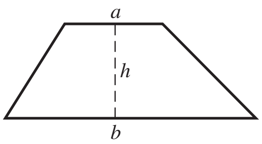
$a^2 + b^2 = c^2$

Paralelogramo



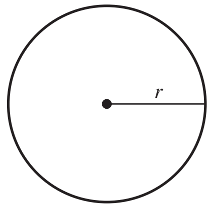
$A = bh$

Trapecio



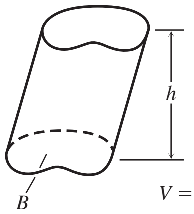
$A = \frac{1}{2}(a + b)h$

Círculo

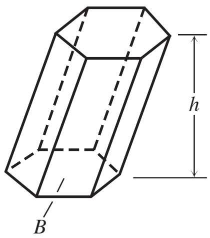


$A = \pi r^2,$
$C = 2\pi r$

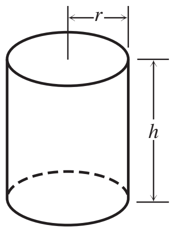
Cualquier cilindro o prisma con bases paralelas



$V = Bh$

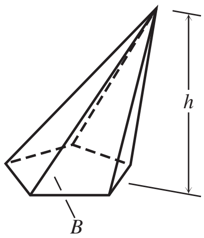


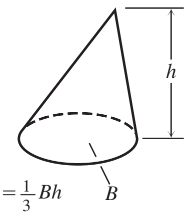
Cilindro circular recto



$V = \pi r^2 h$
$S = 2\pi rh =$ Área lateral

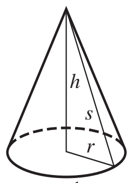
Cualquier cono o pirámide





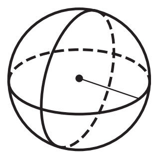
$V = \frac{1}{3}Bh$

Cono circular recto



$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$S = \pi rs =$ Área lateral

Esfera



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $S = 4\pi r^2$

LÍMITES

Leyes generales

Si L, M, c, y k son números reales y

$$\lim_{x\to c} f(x) = L \qquad \text{y} \qquad \lim_{x\to c} g(x) = M, \quad \text{entonces}$$

Regla de la suma: $\lim_{x\to c}(f(x) + g(x)) = L + M$

Regla de la diferencia: $\lim_{x\to c}(f(x) - g(x)) = L - M$

Regla del producto: $\lim_{x\to c}(f(x)\cdot g(x)) = L\cdot M$

Regla del múltiplo constante: $\lim_{x\to c}(k\cdot f(x)) = k\cdot L$

Regla del cociente: $\lim_{x\to c}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}, \quad M \neq 0$

El teorema de la compresión o del sándwich

Si $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ en un intervalo abierto que contiene a c, excepto posiblemente en $x = c$, y si

$$\lim_{x\to c} g(x) = \lim_{x\to c} h(x) = L,$$

entonces $\lim_{x\to c} f(x) = L$.

Desigualdades

Si $f(x) \leq g(x)$ en un intervalo abierto que contiene a c, excepto posiblemente en $x = c$, y ambos límites existen, entonces

$$\lim_{x\to c} f(x) \leq \lim_{x\to c} g(x).$$

Continuidad

Si g es continua en L y $\lim_{x\to c} f(x) = L$, entonces

$$\lim_{x\to c} g(f(x)) = g(L).$$

Fórmulas específicas

Si $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0$, entonces

$$\lim_{x\to c} P(x) = P(c) = a_n c^n + a_{n-1}c^{n-1} + \cdots + a_0.$$

Si $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios y $Q(c) \neq 0$, entonces

$$\lim_{x\to c}\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(c)}{Q(c)}.$$

Si $f(x)$ es continua en $x = c$, entonces

$$\lim_{x\to c} f(x) = f(c).$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1 \qquad \text{y} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1 - \cos x}{x} = 0$$

Regla de L'Hôpital

Si $f(a) = g(a) = 0$, y existen f' y g' en un intervalo abierto I que contiene a a, y $g'(x) \neq 0$ en I si $x \neq a$, entonces

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)},$$

suponiendo que existe el límite de la derecha.

REGLAS DE DERIVACIÓN

Fórmulas generales

Suponga que u y v son funciones derivables de x.

Constante: $\dfrac{d}{dx}(c) = 0$

Suma: $\dfrac{d}{dx}(u + v) = \dfrac{du}{dx} + \dfrac{dv}{dx}$

Diferencia: $\dfrac{d}{dx}(u - v) = \dfrac{du}{dx} - \dfrac{dv}{dx}$

Múltiplo constante: $\dfrac{d}{dx}(cu) = c\dfrac{du}{dx}$

Producto: $\dfrac{d}{dx}(uv) = u\dfrac{dv}{dx} + v\dfrac{du}{dx}$

Cociente: $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{u}{v}\right) = \dfrac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$

Potencia: $\dfrac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$

Regla de la cadena: $\dfrac{d}{dx}(f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Funciones trigonométricas

$\dfrac{d}{dx}(\operatorname{sen} x) = \cos x$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\cos x) = -\operatorname{sen} x$

$\dfrac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$

$\dfrac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$

Funciones exponenciales y logarítmicas

$\dfrac{d}{dx}e^x = e^x$ $\qquad \dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}$

$\dfrac{d}{dx}a^x = a^x \ln a$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\log_a x) = \dfrac{1}{x \ln a}$

Funciones trigonométricas inversas

$\dfrac{d}{dx}(\operatorname{sen}^{-1} x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

$\dfrac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2 - 1}}$

$\dfrac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\dfrac{1}{1 + x^2}$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\csc^{-1} x) = -\dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2 - 1}}$

Funciones hiperbólicas

$\dfrac{d}{dx}(\operatorname{senh} x) = \cosh x$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\cosh x) = \operatorname{senh} x$

$\dfrac{d}{dx}(\tanh x) = \operatorname{sech}^2 x$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\operatorname{sech} x) = -\operatorname{sech} x \tanh x$

$\dfrac{d}{dx}(\coth x) = -\operatorname{csch}^2 x$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\operatorname{csch} x) = -\operatorname{csch} x \coth x$

Funciones hiperbólicas inversas

$\dfrac{d}{dx}(\operatorname{senh}^{-1} x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\cosh^{-1} x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

$\dfrac{d}{dx}(\tanh^{-1} x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\operatorname{sech}^{-1} x) = -\dfrac{1}{x\sqrt{1 - x^2}}$

$\dfrac{d}{dx}(\coth^{-1} x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$ $\qquad \dfrac{d}{dx}(\operatorname{csch}^{-1} x) = -\dfrac{1}{|x|\sqrt{1 + x^2}}$

Funciones paramétricas

Si $x = f(t)$ y $y = g(t)$ son derivables, entonces

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} \qquad \text{y} \qquad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy'/dt}{dx/dt}.$$

REGLAS DE INTEGRACIÓN

Fórmulas generales

Cero: $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

Orden de la integración: $\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$

Múltiplos constantes: $\int_a^b kf(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx \qquad \text{(cualquier número } k\text{)}$

$$\int_a^b -f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx \qquad (k = -1)$$

Sumas y diferencias: $\int_a^b (f(x) \pm g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx$

Aditividad: $\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$

Desigualdad máx-mín: Si máx f y mín f son los valores máximo y mínimo de f en $[a, b]$, entonces

$$\text{mín } f \cdot (b - a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq \text{ máx } f \cdot (b - a).$$

Dominancia: $f(x) \geq g(x)$ en $[a, b]$ implica $\int_a^b f(x)\,dx \geq \int_a^b g(x)\,dx$

$f(x) \geq 0$ en $[a, b]$ implica $\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$

Teorema fundamental del cálculo

Parte 1 Si f es continua en $[a, b]$, entonces $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ es continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) y su derivada es $f(x)$;

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x).$$

Parte 2 Si f es continua en cada punto de $[a, b]$ y F es cualquier antiderivada de f en $[a, b]$, entonces

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

Sustitución en integrales definidas

$$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x)\,dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\,du$$

Integración por partes

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x)\Big]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

FÓRMULAS BÁSICAS DE ÁLGEBRA

Operaciones aritméticas

$$a(b + c) = ab + ac, \qquad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \qquad \frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

Leyes de los signos

$$-(-a) = a, \qquad \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} = \frac{a}{-b}$$

Cero La división entre cero no está definida.

$$\text{Si } a \neq 0\text{: } \frac{0}{a} = 0, \quad a^0 = 1, \quad 0^a = 0$$

$$\text{Para cualquier número } a\text{: } a\cdot 0 = 0\cdot a = 0$$

Leyes de los exponentes

$$a^m a^n = a^{m+n}, \qquad (ab)^m = a^m b^m, \qquad (a^m)^n = a^{mn}, \qquad a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

Si $a \neq 0$,

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \qquad a^0 = 1, \qquad a^{-m} = \frac{1}{a^m}.$$

El teorema del binomio Para cualquier entero positivo n,

$$(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}a^{n-3}b^3 + \cdots + nab^{n-1} + b^n.$$

Por ejemplo,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \qquad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, \qquad (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Factorización de una diferencia de potencias iguales de enteros, $n > 1$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Por ejemplo,

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b),$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

$$a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3).$$

Cómo completar un cuadrado Si $a \neq 0$,

$$ax^2 + bx + c = au^2 + C \qquad \left(u = x + (b/2a), C = c - \frac{b^2}{4a}\right)$$

La fórmula cuadrática Si $a \neq 0$ y $ax^2 + bx + c = 0$, entonces

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

REGLAS DE INTEGRACIÓN

Fórmulas generales

Cero: $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

Orden de la integración: $\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$

Múltiplos constantes: $\int_a^b kf(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$ (cualquier número k)

$\int_a^b -f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$ $(k = -1)$

Sumas y diferencias: $\int_a^b (f(x) \pm g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx$

Aditividad: $\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$

Desigualdad máx-mín: Si máx f y mín f son los valores máximo y mínimo de f en $[a, b]$, entonces

$$\text{mín } f \cdot (b - a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le \text{ máx } f \cdot (b - a).$$

Dominancia: $f(x) \ge g(x)$ en $[a, b]$ implica $\int_a^b f(x)\,dx \ge \int_a^b g(x)\,dx$

$f(x) \ge 0$ en $[a, b]$ implica $\int_a^b f(x)\,dx \ge 0$

Teorema fundamental del cálculo

Parte 1 Si f es continua en $[a, b]$, entonces $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ es continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) y su derivada es $f(x)$;

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x).$$

Parte 2 Si f es continua en cada punto de $[a, b]$ y F es cualquier antiderivada de f en $[a, b]$, entonces

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

Sustitución en integrales definidas

$$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x)\,dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\,du$$

Integración por partes

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x)\Big]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$