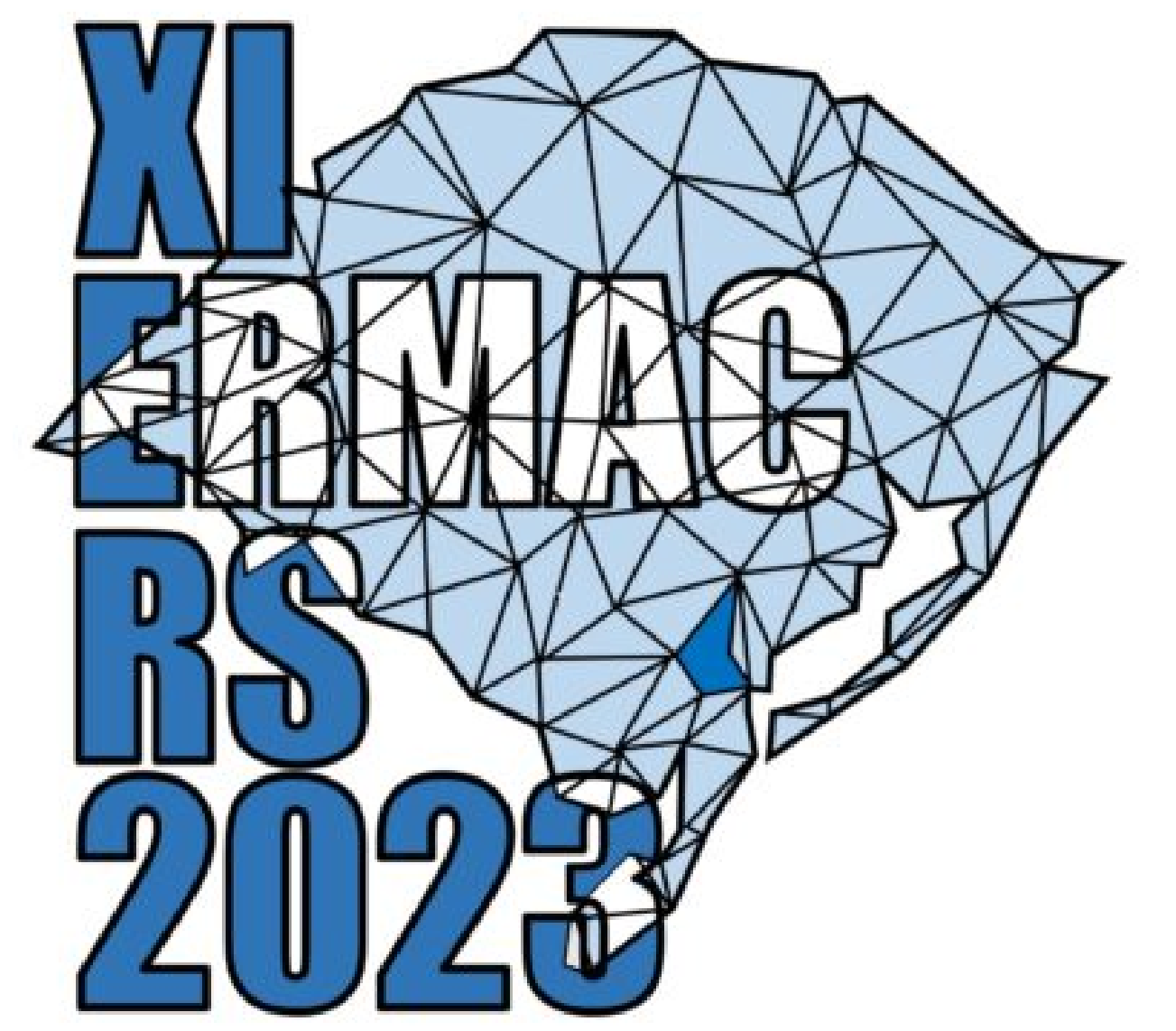


ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NA APLICAÇÃO DE RNAs PARA A LOCALIZAÇÃO DE FONTE EM PROBLEMAS DE TRANSPORTE DE PARTÍCULAS

^aPedro Costa dos Santos, ^bPedro Henrique de Almeida Konzen

^{a,b}Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

^apedro.costa4137@gmail.com, ^bpedro.konzen@ufrgs.br



XI Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional do Rio Grande do Sul

Introdução

A modelagem do transporte de partículas como fótons ou nêutrons têm aplicações de interesse prático em várias manufaturas que envolvem processos em altas temperaturas, na geração de energia, na medicina ótica, entre tantas outras. A resolução de problemas inversos permite estimar propriedades do modelo com base em medições por sensores do fluxo de partículas [4]. Por sua vez, essas estimativas podem ser utilizadas no controle de qualidade e de segurança, bem como no desenvolvimento de exames clínicos não invasivos.

Proposta

Neste trabalho, apresentamos uma análise de sensibilidade na aplicação de RNAs para o problema inverso mencionado. O objetivo é de verificar a robustez da metodologia quando utilizada com dados com ruído. Com base na metodologia reportada em Santos *et al.* (2022), a resolução do problema inverso é obtido pelo treinamento de uma RNA que tem as densidades de partículas $(\Psi(0) + \varepsilon_n, \Psi(1) + \varepsilon_n)$ como entrada e tem como saída o parâmetro α , com ε_n denotando os ruídos de ordem 10^{-n} .

Problema de transporte

Modelagem

Neste trabalho, assume-se que o transporte de partículas é modelado pela equação linear de Boltzmann em um meio com espalhamento isotrópico ([2, 3])

$$\forall \mu \in (-1, 1) : \mu \frac{\partial I}{\partial x} + \sigma_t I(x, \mu) = \frac{\sigma_s}{2} \int_{-1}^1 I(x, \mu') d\mu' + q_\alpha(x), \quad x \in D, \quad (1)$$

Equação da fonte

$$q_\alpha(x) = \begin{cases} 1, & |x - \alpha| \leq 0.05 \\ 0, & |x - \alpha| > 0.05 \end{cases} \quad (2)$$

Condições de contorno

$$\mu > 0 : I(0, \mu) = I_0, \quad (3a)$$

$$\mu < 0 : I(1, \mu) = I_1, \quad (3b)$$

Densidade de partículas

$$\Psi(x) := \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I(x, \mu') d\mu'. \quad (4)$$

Solução

Em trabalho anterior [5], apresentamos uma metodologia baseada na aplicação de Redes Neurais Artificiais (RNAs, [1]) para a resolução do seguinte problema inverso: dadas medições da densidade de partículas na fronteira do domínio $(\Psi(0), \Psi(1))$, estimar o parâmetro α (i.e. a localização da fonte).

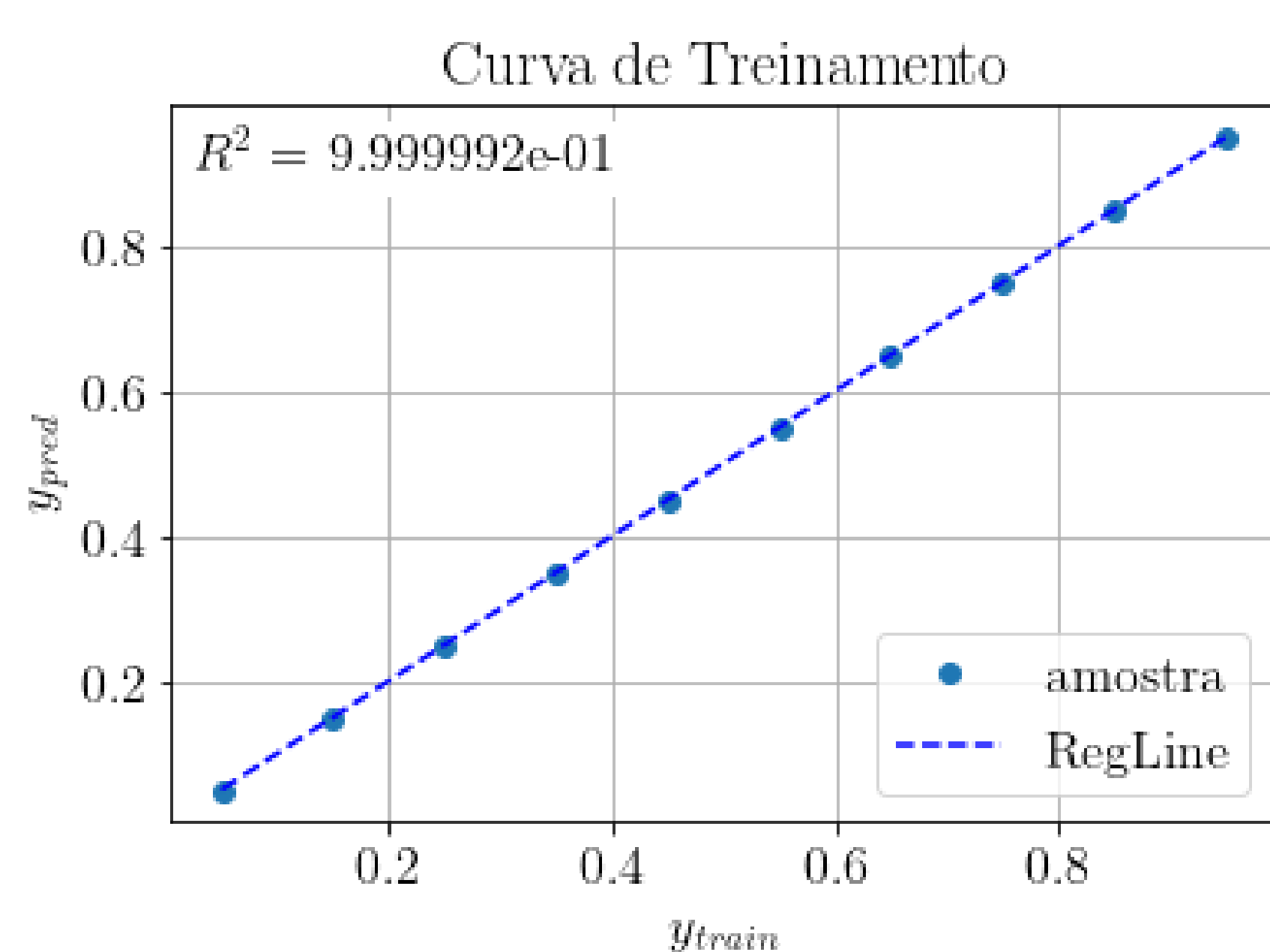


Figure 1: Treinamento da RNA para amostras não-ruídosas

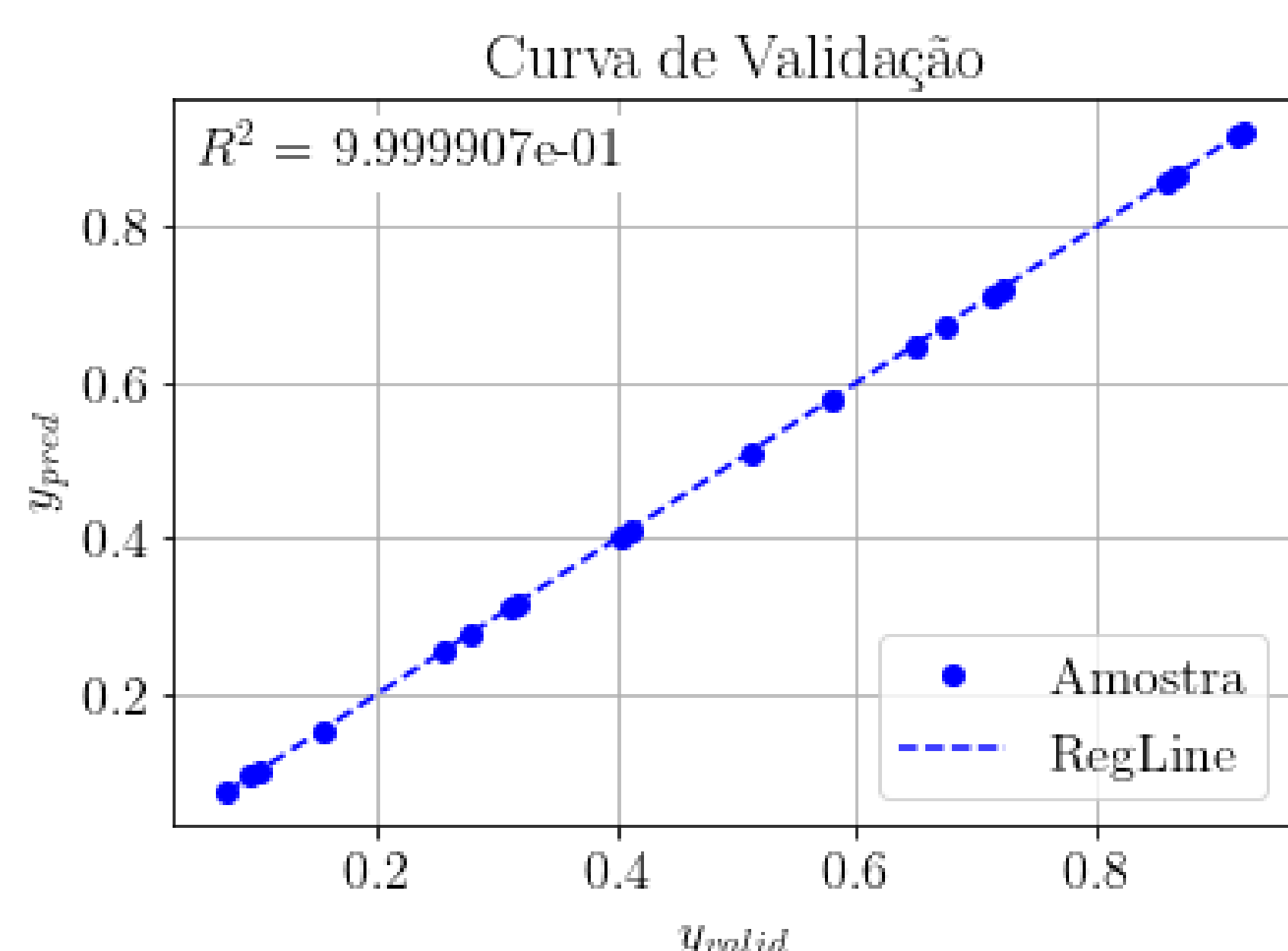


Figure 2: Validação da RNA para amostras não-ruídosas

Resultados

A imagem abaixo apresenta um gráfico que mostra os dados de validação de uma rede neural treinada com ruídos da ordem de 10^{-3} em seu conjunto de treinamento. As cores representam diferentes ordens de ruídos adicionados ao conjunto de validação.

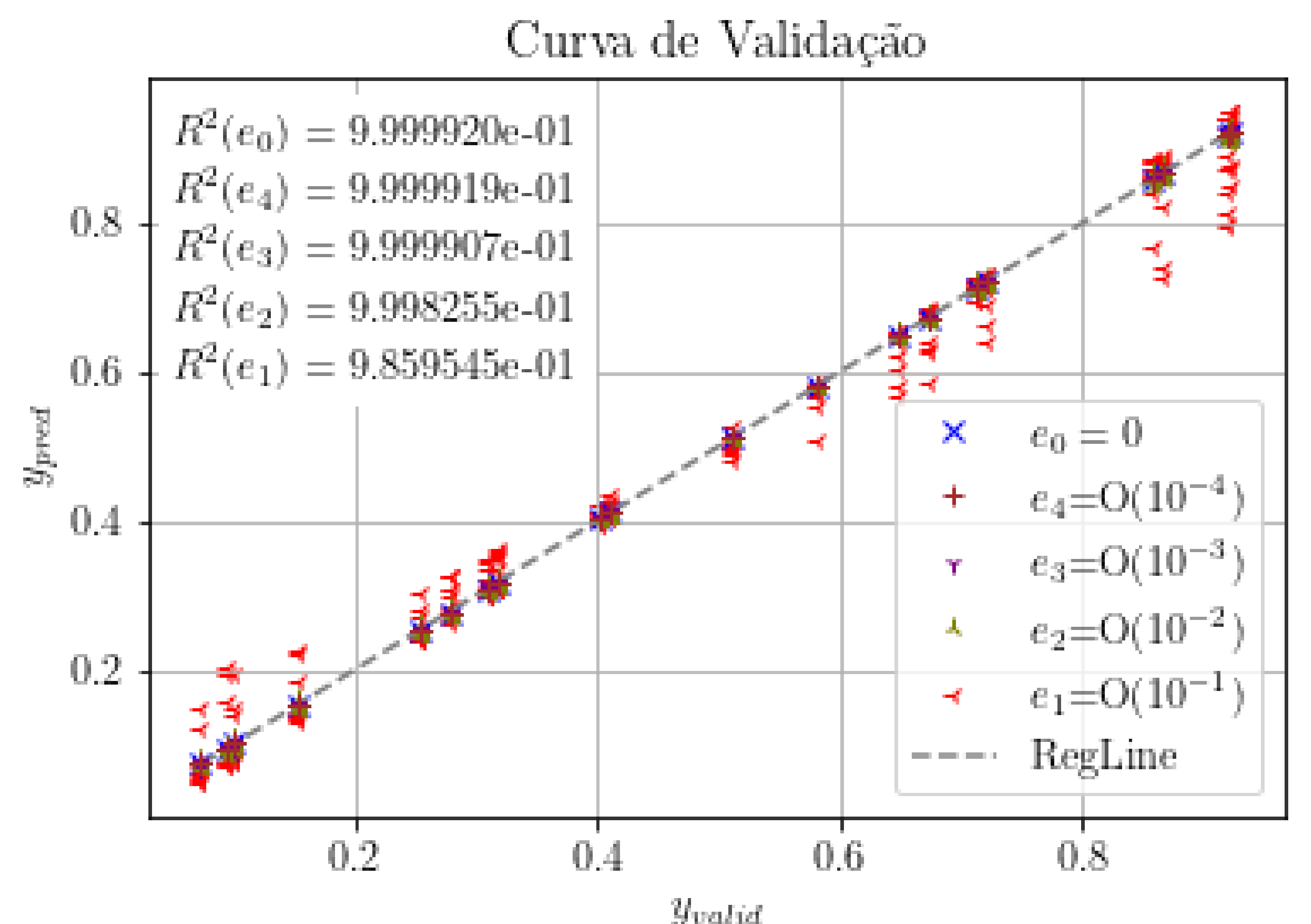


Figure 3: Validação da RNA para amostras de diferentes ordens de ruídos

Considerações finais

Com os resultados obtidos a partir dos testes realizados, concluímos que, apesar dos ruídos adicionados aos dados de forma aleatória, a rede é capaz de estimar o parâmetro α de forma satisfatória. Sendo assim, o método apresentado para o treinamento da rede é bastante robusto, visto que os erros propositais nos conjuntos de treinamento e validação não são potencializados pelo tratamento de dados realizado pela rede neural.

Referências

- [1] Haykin, S. **Redes Neurais: Princípios e Prática**, 2. ed. Bookman:Porto Alegre, 2007. ISBN: 978-8573077186.
- [2] Lewis, E.E., Miller, W.F. **Computational Methods of Neutron Transport**, John Wiley & Sons, Inc.:New York, 1984. ISBN: 978-0471092452.
- [3] Modest, M.F. **Radiative Heat Transfer**, 3. ed. Elsevier:New York, 2013. ISBN: 978-0123869906.
- [4] Özisik, M.N., Orlande, H.R.B. **Inverse Heat Transfer**, 2. ed. CRC Press:New York, 2021. ISBN: 978-1003155157.
- [5] Santos, P.C., Melo, G.R., Konzen, P.H.A. "RNAs Aplicadas a Determinação e Localização de Fonte de Partículas em Problemas de Transporte Unidimensionais". Em: Anais do ENMC/ECTM/MCSul/SEMENGO (2022). ISBN: 978-8557224742.