

Modelo de Black e Scholes

Nelson Seixas dos Santos
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Faculdade de Ciências Econômicas
Departamento de Economia e Relações Internacionais

26 de Outubro de 2018

Conteúdo

1	Introdução	2
1.1	O problema estudado	2
1.2	Importância do Problema	2
1.3	Método de solução	2
1.4	Resultados	2
2	Equações diferenciais parciais	4
2.1	Equação do Calor: histórico	4
2.2	Problema	4
2.3	Importância do Problema	4
2.4	Método de solução	5
2.5	Resultados	5

Capítulo 1

Introdução

1.1 O problema estudado

O problema estudado em Black and Scholes [1973] é determinar o preço de uma opção de compra europeia.

1.2 Importância do Problema

- Teórica - veja Sprenkle [1961], Ayres [1963], Boness [1964], Samuelson [1965], Baumol et al. [1966], Samuelson and Merton [1969] e Chen [1970].
- Prática - apreçamento de passivos empresariais - Black and Scholes [1973]

1.3 Método de solução

Construir uma carteira com uma opção, uma ação e um título de renda fixa e impor a impossibilidade de arbitragem nesta carteira.

1.4 Resultados

O preço de uma opção de compra obedece à equação:

$$C(T) = S_0 \cdot N(d_1) - e^{-r \cdot T} \cdot E[N(d_2)] \quad (1.1)$$

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left[r + \frac{\sigma^2}{2}\right] \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{T}}$$

e

$$d_2 = \frac{\ln(\frac{S_0}{K}) + [r - \frac{\sigma^2}{2}].t}{\sigma.\sqrt{T}}$$

Capítulo 2

Equações diferenciais parciais

2.1 Equação do Calor: histórico

2.2 Problema

Definir o que é equação diferencial parcial (EDP), o que é solução e como resolvê-las

2.3 Importância do Problema

- Fourier (1768-1830) na obra *Théorie analytique de la chaleur* (1822), ao estudar o problema de transmissão do calor, mostra que este se transmite por um processo de difusão regulado por uma equação diferencial parcial denominada equação do calor.
- Fourier propõe resolver a equação do calor pelo emprego de séries de funções seno e cosseno (séries de Fourier).
- Dirichlet, Navier, Lagrange, Budan aperfeiçoam o trabalho de Fourier até a solução definitiva de Sturm.
- Fourier também prova que uma função contínua ou finitamente descontínua pode ser aproximada por uma série de Fourier.
- As EDP aparecem na modelagem uma ampla gama de processos da natureza, tais como, difusão de calor em uma barra, movimentos ondulatórios e mecânica quântica.
- De modo geral, a dinâmica de preços de ativos financeiros pode ser modelada por uma equação diferencial parcial tal como mostrado seminalmente em Black and Scholes [1973].

2.4 Método de solução

- Transformar uma EDP em um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO)
- Superposição de soluções.
- Separação de variáveis
- Séries de Fourier.
- Aproximação numérica.

2.5 Resultados

Ser capaz de resolver modelos de apreçamento por meio de uma técnica relativamente simples.

Bibliografia

- Herbert F Ayres. Risk aversion in the warrant markets. *IMR; Industrial Management Review (pre-1986)*, 5(1):45, 1963.
- William J. Baumol, Burton G. Malkiel, and Richard E. Quandt. The valuation of convertible securities*. *The Quarterly Journal of Economics*, 80(1):48–59, 1966. doi: 10.2307/1880578. URL <http://dx.doi.org/10.2307/1880578>.
- Fischer Black and Myron Scholes. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3):637–654, 1973. URL <https://doi.org/10.1086/260062>.
- A. James Boness. Elements of a theory of stock-option value. *Journal of Political Economy*, 72(2):163–175, 1964. doi: 10.1086/258885. URL <https://doi.org/10.1086/258885>.
- Andrew H. Y. Chen. A model of warrant pricing in a dynamic market. *The Journal of Finance*, 25(5):1041–1059, 1970. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1970.tb00867.x>.
- Paul Samuelson and Robert C Merton. A complete model of warrant pricing that maximizes utility. *IMR; Industrial Management Review (pre-1986)*, 10(2):17, 1969.
- Paul A Samuelson. Rational theory of warrant pricing. *IMR; Industrial Management Review (pre-1986)*, 6(2):13, 1965.
- Case M Sprenkle. Warrant prices as indicators of expectations and preferences. *Yale economic essays*, 1(2):178–231, 1961.