UFRGS – Instituto de Matemática
Dep. de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01167 – Equações Diferenciais II
Data: 19/04/2017

Solução Teste 2

Questão 1. Utilizando resultados vistos em aula, determine se o PVI

$$\begin{cases} y' = y(y-1) \\ y(0) = 1/2. \end{cases}$$

tem uma única solução. (Não precisa resolver o PVI).

Solução: Usando o Teorema 2.4.2 que diz que se $f(t,y)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ forem continuais num retângulo $R = [a,b] \times [c,d]$ então a solução existe e é única numa subregião de R. Assim, dado que $f(t,y) = y(y-1)$ é contínua para todo t, y e $\frac{\partial f}{\partial y} = 2y - 1$ também é contínua para todo t, y então pelo Teorema 2.4.2 chegamos à conclusão que a solução existe e é única.

Questão 2. Determine a establidade das soluções da equação diferencial abaixo:

$$y' = y(y-1)(y+2)$$

Solução: veja solução no arquivo $questao2_teste2$.pdf

Questão 3. Determine se a ED

$$(2xy^2 + 2y) + (2x^2y + 2x)y' = 0$$

é exata. Se a resposta for NÃO, determine UM fator integrante. Se a resposta for SIM, explique em palavras como encontrar a solução da ED.

Solução: Neste caso, $M(x, y) = 2xy^2 + 2y$ e $N(x, y) = 2xy^2 + 2x$ e utlizando a condição de Euler vemos que

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} = 4xy + 2,$$

e, portanto, a equação diferencial é exata.

Para encontrar a solução geral, resolve-se o sistema

$$\begin{cases} F_x = 2xy^2 + 2y \\ F_y = 2xy^2 + 2x. \end{cases}$$

Uma possibilidade é integrar a primeira equação com relação a x e depois derivar em relação a y e comparar com a o resultado obtido com a segunda equação para assim determinar a constante arbitrária.