UFRGS – Instituto de Matemática
Dep. de Matemática Pura e Aplicada
MAT 01167 – Equações Diferenciais II
Data: 07/04/2017
Professor: Evandro Manica

# Solução Teste 1

**Questão 1.** Encontre a solução geral da equação diferencial

$$y' = 3x^2y^2 \tag{1}$$

*Resposta*: Esta é uma EDO de $1^a$ ordem à variáveis separáveis. Cuja solução segue:

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2y^2 \to \frac{dy}{y^2} = 3x^2dx \quad y \neq 0.$$

Integrando ambos os lados, obtemos:

$$\int \frac{dy}{y^2} = \int 3x^2dx \to -\frac{1}{y} = x^3 + C \to y(x) = -\frac{1}{x^3+C} \quad y \neq 0.$$

Portanto,

$$y(x) = -\frac{1}{x^3+C} \quad y \neq 0,$$

é a solução geral da equação diferencial (1).

Observe que se substituirmos $y = 0$ na equação (1) ela também é satisfeita e portanto, $y = 0$ também é solução da ED.

**Questão 2.** Resolva o PVI

$$\begin{cases} ty' + 2y = \operatorname{sen} t \qquad t > 0 \\ y(\pi) = \pi. \end{cases} \tag{2}$$

*Resposta*: A ED em 2 é uma EDOL de primeira ordem na forma não canônica. Dividindo a ED por $t$ obtemos:

$$y' + \frac{2}{t}y = \frac{\operatorname{sen} t}{t} \qquad t > 0, \tag{3}$$

Observe que $p(t) = \frac{2}{t}$ e $q(t) = \frac{\operatorname{sen} t}{t}$ e o fator integrante é dado por

$$\mu(t) = e^{\int p(t)dt} = e^{\int \frac{2}{t}dt} = t^2.$$

Multiplicando a equação (3) por $\mu(t)$ temos

$$(t^2y)' = t\operatorname{sen} t \qquad t > 0$$

Integrando ambos os lados com relação a $t$, obtemos:

$$y(t) = \frac{sin(t) - cos(t) * t + C}{t^2} \qquad t > 0.$$

Aplicando a condição inicial $y(\pi) = \pi$, obtemos $C = \pi^3 - \pi$.