

## 1.1 Alguns Modelos Matematicos Basicos; Campos de Direcao

---> O que é uma Equação Diferencial (ED)? Equação que envolve derivadas.

**Exemplo 1:** Suponha que um objeto esta caindo na atmosfera, perto do nivel do mar. Formule uma equação diferencial que descreva o movimento.

Começamos usando letras para representar as diversas quantidades de interesse nesse problema. O movimento ocorre durante um determinado intervalo de tempo. Logo vamos usar  $t$  para denotar o tempo. Além disso, vamos usar  $v$  para representar a velocidade do objeto em queda. A velocidade deve variar com o tempo, de modo que vamos considerar  $v$  como uma função de  $t$ : em outras palavras,  $t$  é a variável independente e  $v$  é a variável dependente. A escolha de unidades de medida é um tanto arbitraria, e não tem nada no enunciado do problema que sugira unidades apropriadas, de modo que estamos livres para escolher unidades que nos pareçam razoáveis. Especificamente, vamos medir o tempo  $t$  em segundos (s) e a velocidade  $v$  em metros por segundo (m/s). Além disso, vamos supor que a velocidade  $v$  é positiva quando o sentido do movimento é para baixo, isto é, quando o objeto está caindo.

---> Formulação Matemática do problema: (Balanço de Forças)

$$m \frac{dv}{dt} = m g - r v \quad \text{com } v(0) = v_0$$

onde  $m$  é a massa do corpo,  $g=9.8 \text{ m/s}^2$  é a força da gravidade e  $r$  é a constante de resistência do ar. (RESOLVER com  $m=10$ ,  $g=10$  e  $r=2$ )

$$\frac{m dv}{dt} = m g - r v$$

---> Solução Matemática do problema:

```
> restart :
with(linalg) : with(plots) : with(DEtools) :
```

```
> ode := diff(v(t), t) = 10 - \frac{v(t)}{5};
```

```
ic := v(0) = 2 :
dsolve({ode, ic});
```

$$ode := \frac{d}{dt} v(t) = 10 - \frac{1}{5} v(t)$$

$$v(t) = 50 - 48 e^{-\frac{1}{5} t}$$

(1)

```
> subs(m = 10, g = 10, r = 2, v_0 = 2, dsolve({ode, ic}));
w := t -> 50 - 48 * exp(-0.2 * t) :
```

(2)

$$v(t) = 50 - 48 e^{-\frac{1}{5}t}$$

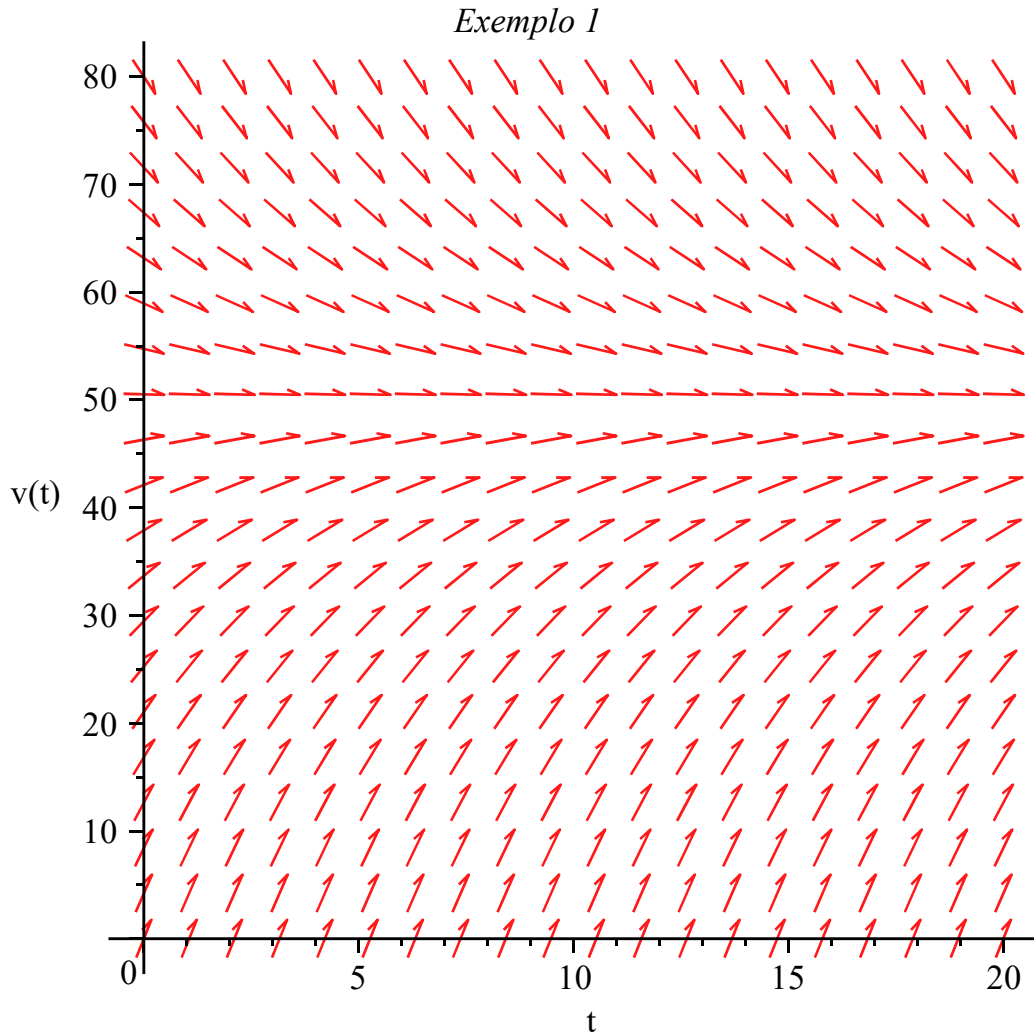
(2)

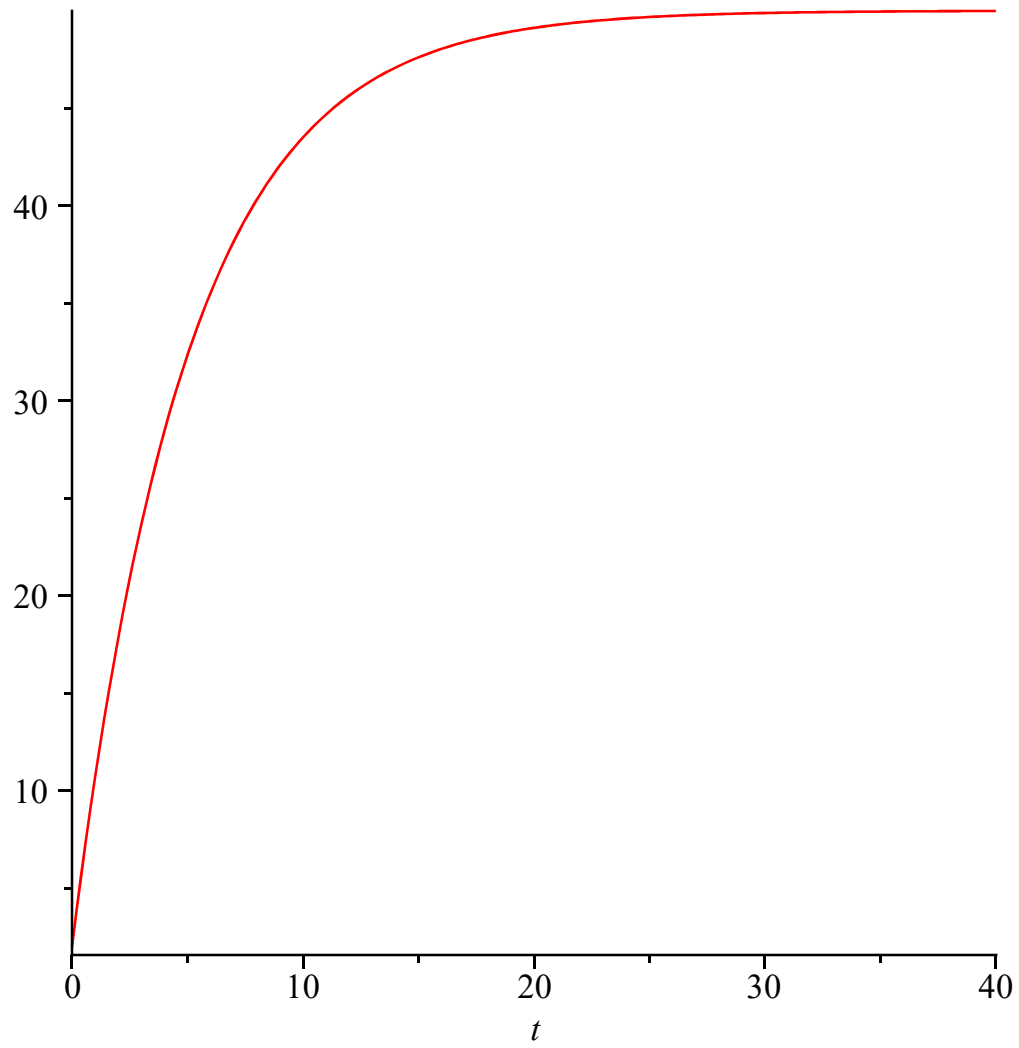
> Campo de Direções para equações da forma:

$$\frac{df}{dt} = f(t, y(t))$$

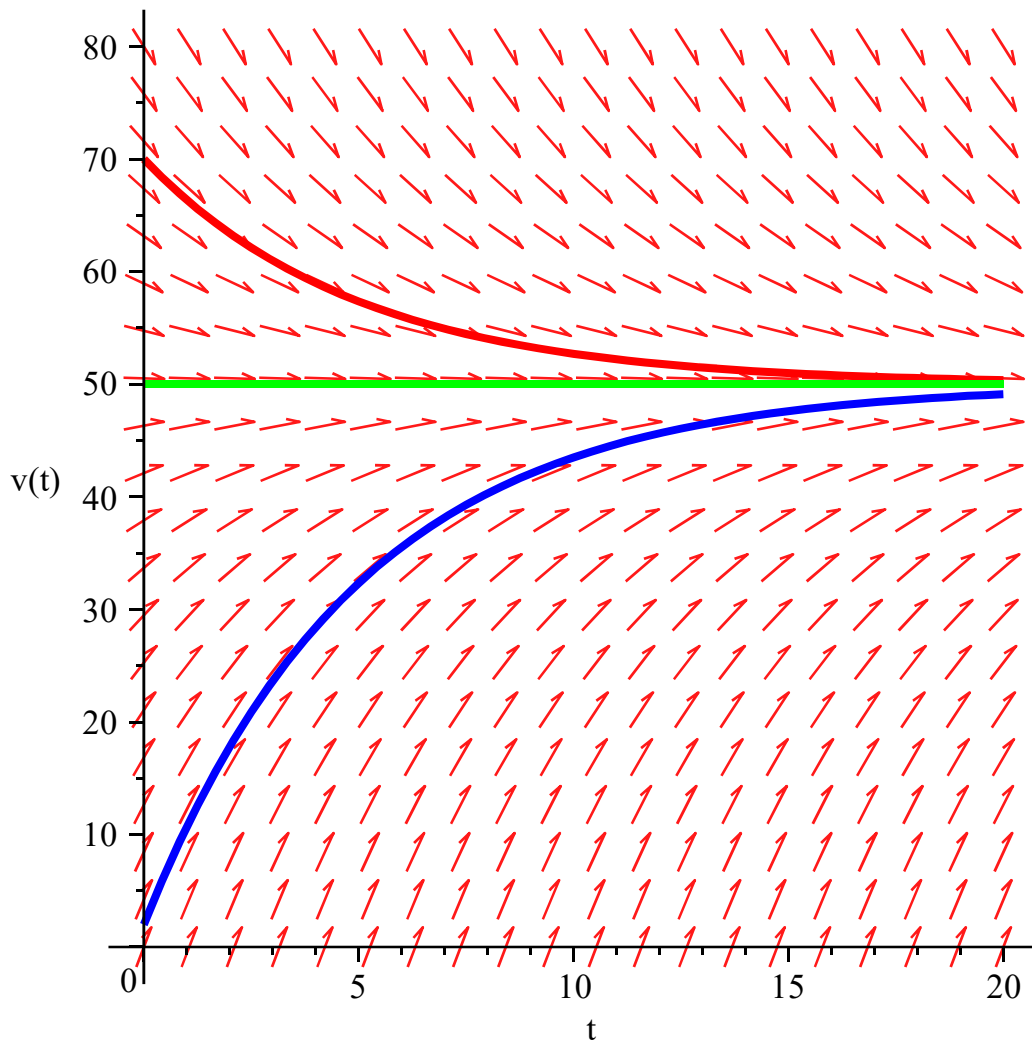
Error, missing operator or `;`

> `dfieldplot(ode, v(t), t=0..20, v=0..80, title='Exemplo 1');`  
`plot(w(t), t=0..40);`





`> DEplot(ode, v(t), t=0..20, [[v(0)=2], [v(0)=70], [v(0)=50]], linecolor=[blue, red, green], v=0..80);`



> Exemplo 2: (taxa de crescimento populacional)

Considere uma população  $N(t)$  que cresce/decrece onde  $t$  é medido em anos. Determine a dinâmica (taxa de crescimento) da população  $N(t)$  sabendo que ela cresce/decrece a uma taxa  $r$  e que um número fixo de indivíduos morre a cada ano.

Error, unexpected number

> (MONTAR A FORMULAÇÃO E FAZER O CAMPO DE DIREÇÕES CORRESPONDENTE!!)

MONTAR A FORMULAÇÃO E FAZER O CAMPO DE DIREÇÕES

doublefactorial(CORRESPONDENTE)

(3)

> Construção de Modelos Matemáticos:

- 1) Identificação das variáveis que compõem o problema (dependente e independente) com suas respectivas unidades.
- 2) Montar equações para o "Balanço de forças".
- 3) Se necessário fazer a adequação das unidades dos parâmetros envolvidos no problema.
- 4) Resolver o problema apresentado.

Error, missing operator or `;`

