Seção 2.4: Diferenças entre EDOL e EDOnL (Boyce 9ed)

Existência e Unicidade de Soluções

EDOL

Teorema 2.4.1 Se as funções p(t) e q(t) säo contínuas em um intervalo aberto I: a < t < *infinity* contendo o ponto $t = t_0$, então
existe uma única função y(t) que satisfaz a equacäo diferencial

$y' + p(t)y = q(t),$

para cada t em I e que também satisfaz a condição inicial
$y(t_0) = y_0$
onde y_0 é um valor inicial arbitrário dado.

Para a EDOL geral a solução pode ser escrita na forma geral usando o fator integrante.

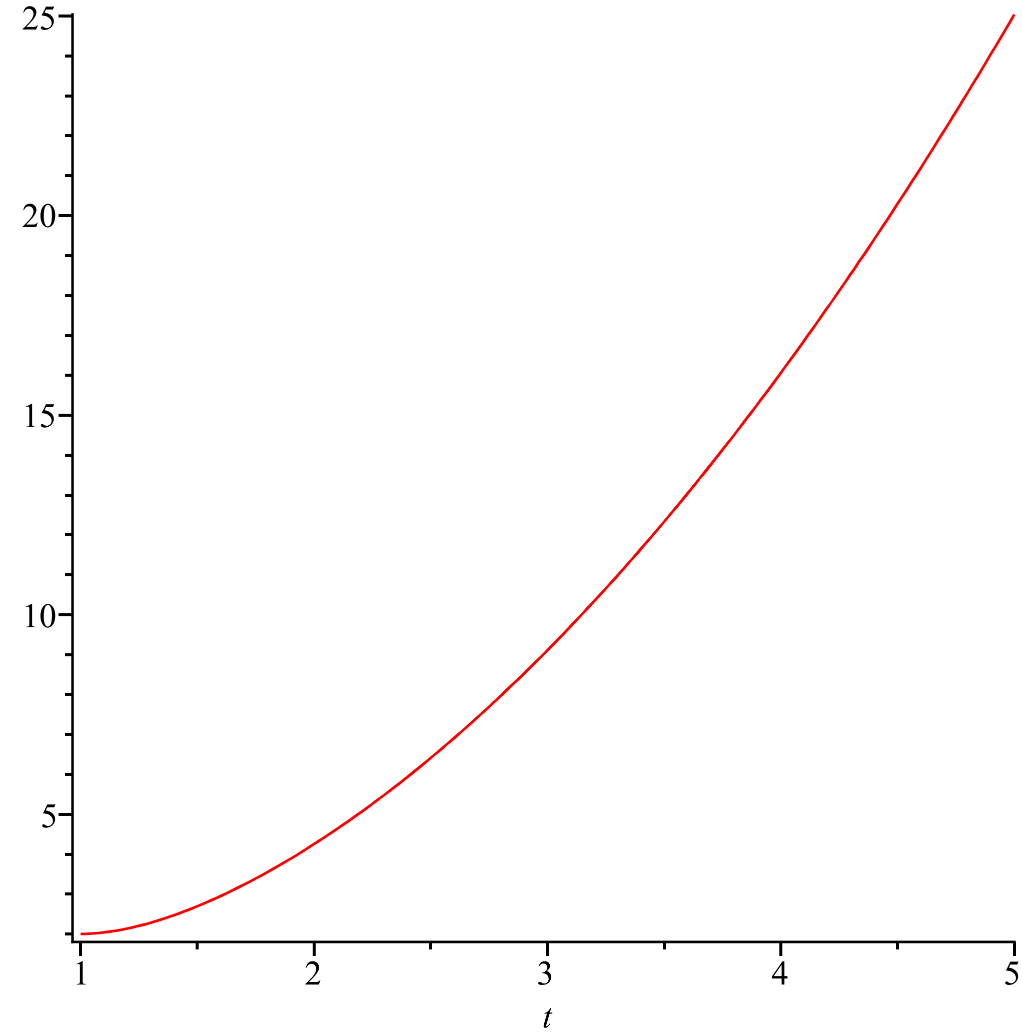
(ESCREVER A FORMA GERAL!!)

```
> restart : with(DEtools) : with(plots) : with(linalg) :
> eq1 := t·diff(y(t), t) + 2·y(t) = 4·t^2;
  ic := y(1) = 2;
  dsolve({eq1, ic});
  plot(t^2 + 1/t^2, t = 1 ..5);
```

$$eq1 := t\left(\frac{d}{dt}y(t)\right) + 2\,y(t) = 4\,t^2$$

$$ic := y(1) = 2$$

$$y(t) = \frac{t^4 + 1}{t^2}$$



EDOnL

Teorema 2.4.2:
Suponha que as funções f e $f'(y)$ são
contínuas em algum retângulo $a < t < b$, $c < y < d$ contendo o
ponto *(to,yo)*. Entâo, em algum intervalo to — h < t < to + h contido em $a < t < b$ existe uma única
solução
do problema de valor inicial

$$y' = f(t, y),\ y(t_0) = y_0.$$

> $restart : with(DEtools) : with(plots) : with(linalg) :$

> $eq2 := diff(y(x), x) = \frac{(3\cdot x^2 + 4\cdot x + 2)}{2\cdot(y(x) - 1)};$
$ic := y(0) = -1;$
$dsolve(\{eq2, ic\}, implicit);$

dsolve({eq2, ic});

$$eq2 := \frac{d}{dx}\, y(x) = \frac{3\,x^2+4\,x+2}{2\,y(x)-2}$$

$$ic := y(0) = -1$$

$$2\,x+2\,x^2+x^3-y(x)^2+2\,y(x)+3=0$$

$$y(x) = 1-\sqrt{4+2\,x+2\,x^2+x^3} \quad (1)$$

> $eq3 := x\cdot diff(y(x), x) = \frac{(3\cdot x^2+4\cdot x+2)}{2\cdot(y(x)-1)}$;
ic := y(1) = 2;
dsolve({eq3, ic}, implicit);
dsolve({eq3, ic});

$$eq2 := x\left(\frac{d}{dx}\, y(x)\right) = \frac{3\,x^2+4\,x+2}{2\,y(x)-2}$$

$$ic := y(1) = 2$$

$$\frac{3}{2}\,x^2+4\,x+2\,\ln(x)-y(x)^2+2\,y(x)-\frac{11}{2}=0$$

$$y(x) = 1+\frac{1}{2}\sqrt{-18+6\,x^2+16\,x+8\,\ln(x)} \quad (2)$$

>

Intervalo máximo de definição da solução de uma EDOL ou EDOnL

Para uma EDOL a intervalo máximo de definição da solução da ED é o intervalo e que todas as condições do teorema 2.4.1 são satisfeitas, ou seja, em que a ED satisfeita e contém a condição inicial.

Para as EDOnL vale o mesmo que para as EDOL, mas o intervalo máximo de definição da solução pode ser mais díficil de se determinar.

Exemplos: Determinação dos intervalos de existência das soluções dos problemas 2, 4, 8, 14 desta seção 2.4.

Seguem os PVI:

2) $t(t-4)y' + y = 0$ $\quad y(2) = 1$
4) $(4-t^2)y' + 2\,ty = 3\,t^2$ $\quad y(-3) = 1$
8) $y' = (1-t-y^2)^{\frac{1}{2}}$ $\quad y(t_0) = y_0$
14) $y' = 2\,ty^2$ $\quad y(t_0) = y_0$

$$false \quad (3)$$