

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
Disciplina: MAT01167- Equações Diferenciais II

Professora: Elisabeta Gallicchio

(Revisão 26/03/2017)

TRAJETÓRIAS ORTOGONAIS

Exemplo resolvido em aula

Dada a família de curvas  $y(x)=kx$  :

I-DETERMINAR A EQUAÇÃO DA FAMÍLIA DE CURVAS ORTOGONAIS;

(Limpar a memória e acessar o pacote para resolução de Equações Diferenciais)

> `restart;with(DEtools):`

Escrever a equação da família de curvas:

> `eq1 := y(x)=K*x;`

$$eq1 := y(x) = Kx \quad (1)$$

1º Passo - derivar a equação dada, em relação à variável independente x:

> `eq2:=diff(eq1,x);`

$$eq2 := \frac{d}{dx} y(x) = K \quad (2)$$

2º Passo - isolar o valor da constante, na equação dada:

> `eq3:=K=solve(eq1,K);`

$$eq3 := K = \frac{y(x)}{x} \quad (3)$$

3º Passo - substituir o valor da constante na equação diferencial:

> `eq4:=subs(eq3,eq2);`

$$eq4 := \frac{d}{dx} y(x) = \frac{y(x)}{x} \quad (4)$$

4º Passo - escrever a equação diferencial na forma padrão:

> `eq5:=diff(y(x),x) = solve(eq4,diff(y(x),x));`

$$eq5 := \frac{d}{dx} y(x) = \frac{y(x)}{x} \quad (5)$$

5º Passo - obter a equação diferencial da família ortogonal:

> `eq6:=diff(y(x),x) = -1/solve(eq4,diff(y(x),x));`

$$eq6 := \frac{d}{dx} y(x) = -\frac{x}{y(x)} \quad (6)$$

6º Passo - integrar, para determinar a equação da família de curvas ortogonais:

> `dsolve(eq6,implicit);`

$$y(x)^2 + x^2 - \_CI = 0 \quad (7)$$

ou, diretamente, na forma explícita:

> `dsolve(eq5);`

$$y(x) = \_CI x \quad (8)$$

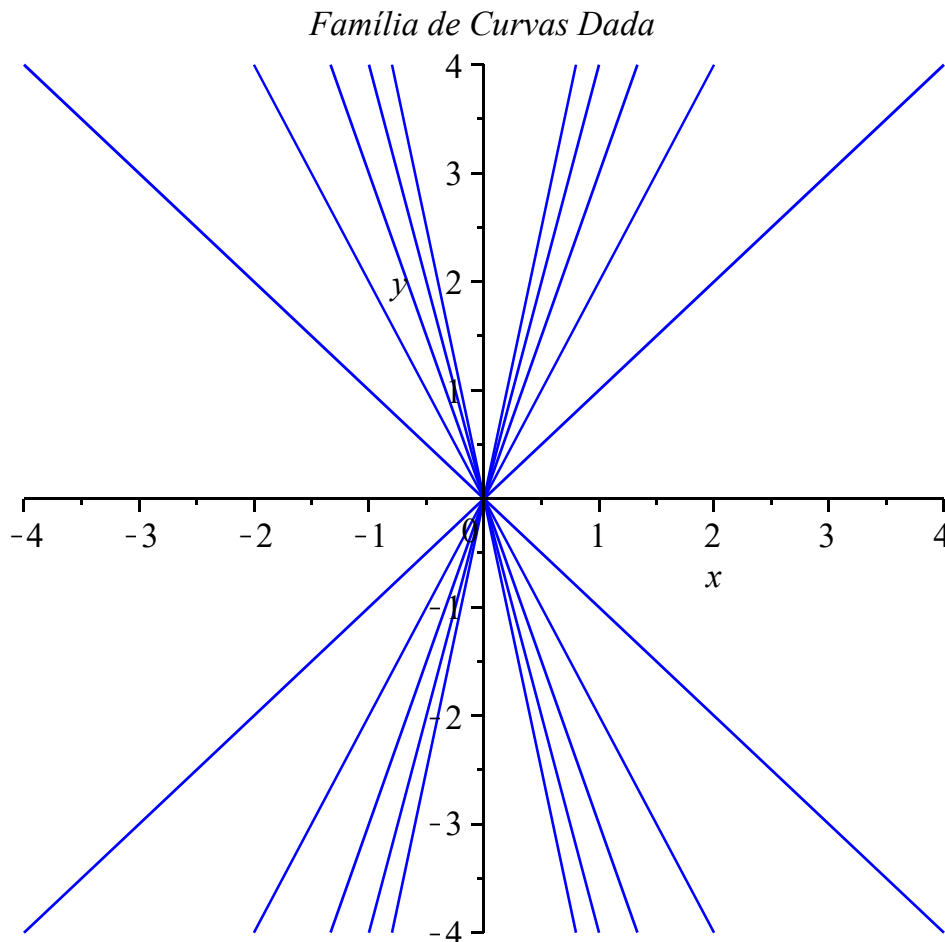
## II- TRAÇAR O GRÁFICO DA FAMÍLIA DE CURVAS $y(x)=kx$ ;

Acessar o pacote gráfico do software:

```
> with(plots):
```

Método 1- traçar o gráfico da família de curvas dada, variando o valor da constante com o comando "plot em sequência" para a solução dada na forma implícita:

```
> implicitplot({seq(y(x)=K*x,K=-5..5)},x=-4..4,y=-4..4,color=blue,  
title=`Família de Curvas Dada`);
```



Método 2: Escolher alguns valores para a constante. Utilizando um contador "kk", começando em 1, para o seguinte "kk+1", cada valor, no conjunto escolhido, será substituído na equação da curva. Após, traçar o gráfico A1 até A6, isto é, a curva correspondente a cada constante.

1º Passo - definir os valores do parâmetro (considerar  $y(x)=cx$ ):

```
> C:={-3.7321,-1,-.2679,.2679,1,3.7321};
```

3º Passo - definir o título do gráfico:

```
> tex1:=`Família de Curvas`;
```

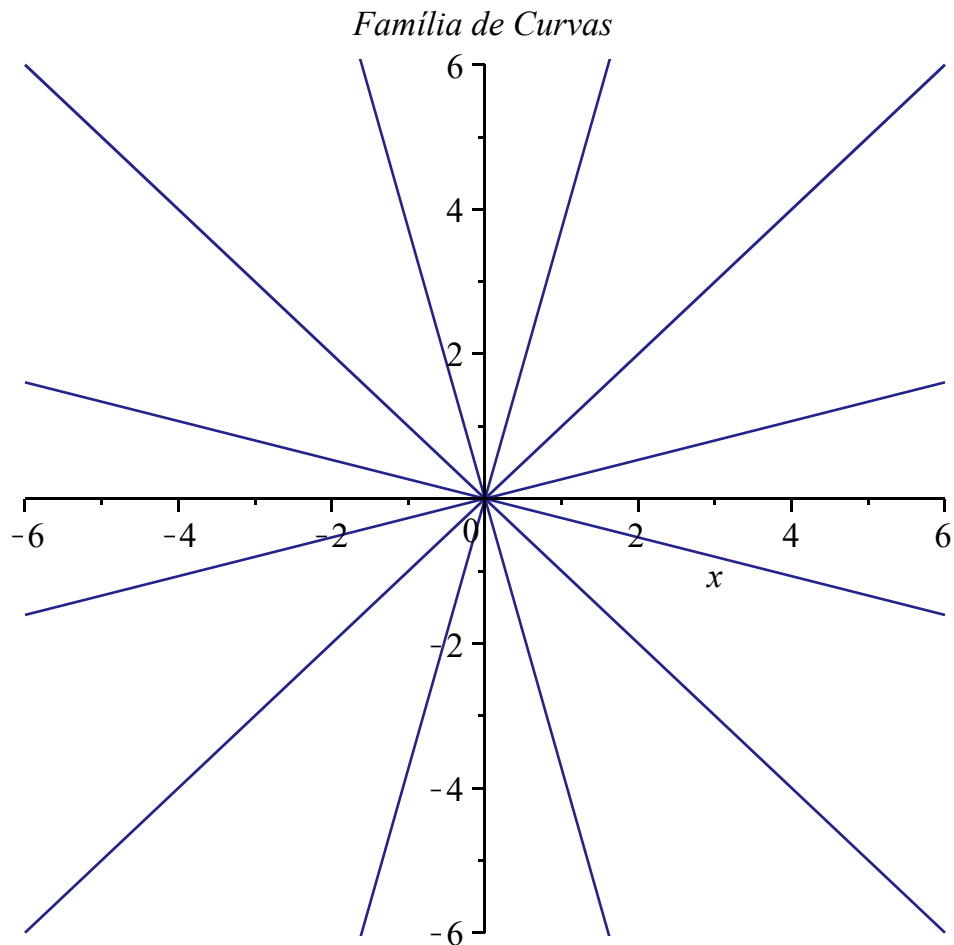
4º Passo- para cada valor da constante traçar uma curva:

```
> kk:=1: for c in C do A||kk := plot((c*x),x=-6..6,-6..6,color=
```

```
navy,title=tex1): kk:=kk+1: od:
```

5º Passo - exibir estas curvas na tela:

```
> A:=display({ A1,A2,A3,A4,A5,A6}): display({A});
```

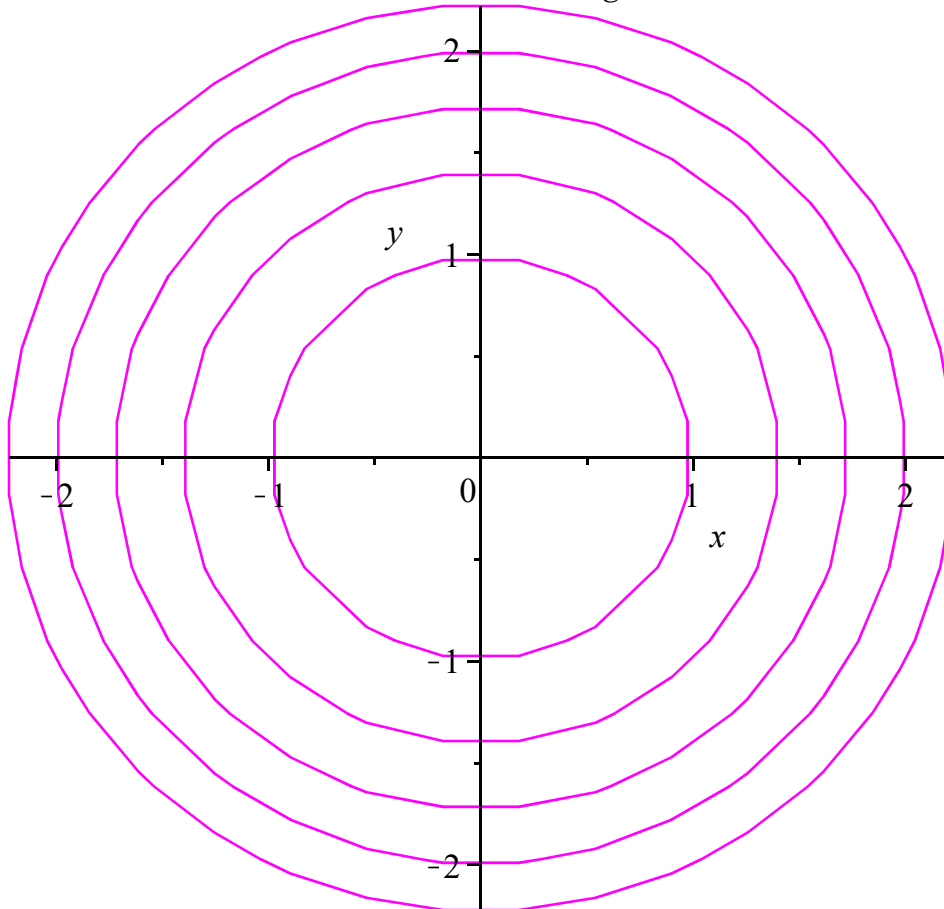


### III-TRAÇAR O GRÁFICO DA FAMÍLIA ORTOGONAL;

Método 1- traçar o gráfico da família de curvas variando o valor da constante com o comando "plot em sequência " para a solução dada na forma implícita:

```
> implicitplot({seq(y(x)^2+x^2-_C1 = 0, _C1=-5..5)},x=-7..7,y=-7..7,  
numpoints=1500,color=magenta,title=`Família de Curvas  
Ortogonais`);
```

### Família de Curvas Ortogonais



**Método 2:** Escolher alguns valores para a constante. Através de um contador "kk", começando em 1, para o seguinte "kk+1", cada valor no conjunto escolhido, será substituído na equação da curva na forma implícita. Após, isolar y(x) na equação obtida, traçar o gráfico da curva, sucessivamente.

Escrever a equação da família de curvas:

```
> F:= y(x)^2+x^2=p;
```

$$F := y(x)^2 + x^2 = p$$

(9)

1º Passo- definir o conjunto de valores do parâmetro:

```
> L:={4,9,16,25,36}:
```

(Definir o título do gráfico)

```
> tex2:=`Família de Curvas Ortogonais`:
```

2º Passo - construir o gráfico:

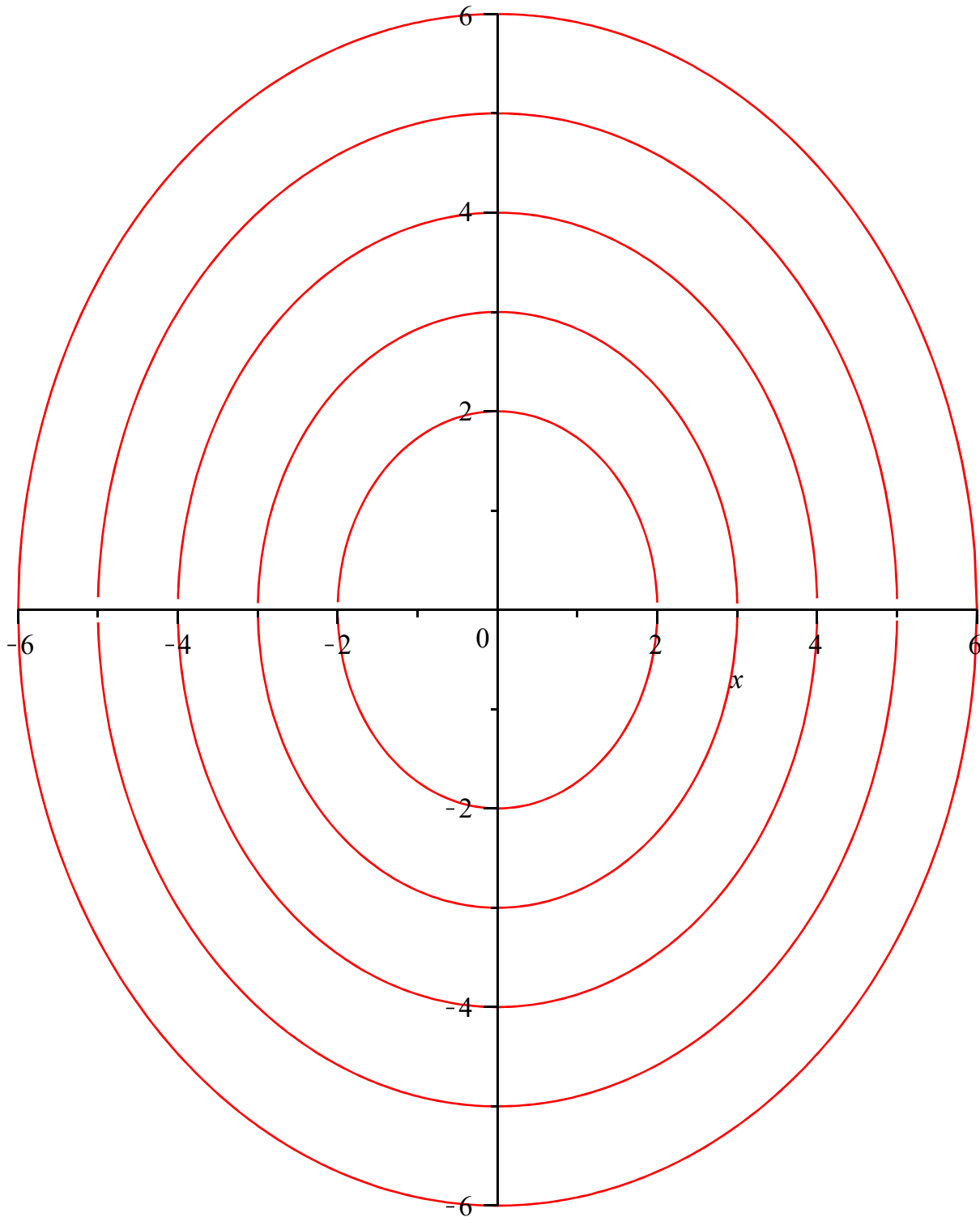
```
> kk:=1: for l in L do T||kk:= subs(p=l,F):f||kk:=solve(T||kk,y(x))  
:kk:=kk+1: od:
```

```
> g1:=plot({f1},x=-6..6,color=red,title=tex2):g2:=plot({f2},x=-6.  
.6,color=red):g3:=plot({f3},x=-6..6,color=red):g4:=plot({f4},x=  
-6..6,color=red):g5:=plot({f5},x=-6..6,color=red):
```

(exibir o gráfico)

```
> G3:=display({g1,g2,g3,g4,g5}): display({G3});
```

*Família de Curvas Ortogonais*



**IV- TRAÇAR AS DUAS FAMÍLIAS DE CURVAS EM UM ÚNICO GRÁFICO**

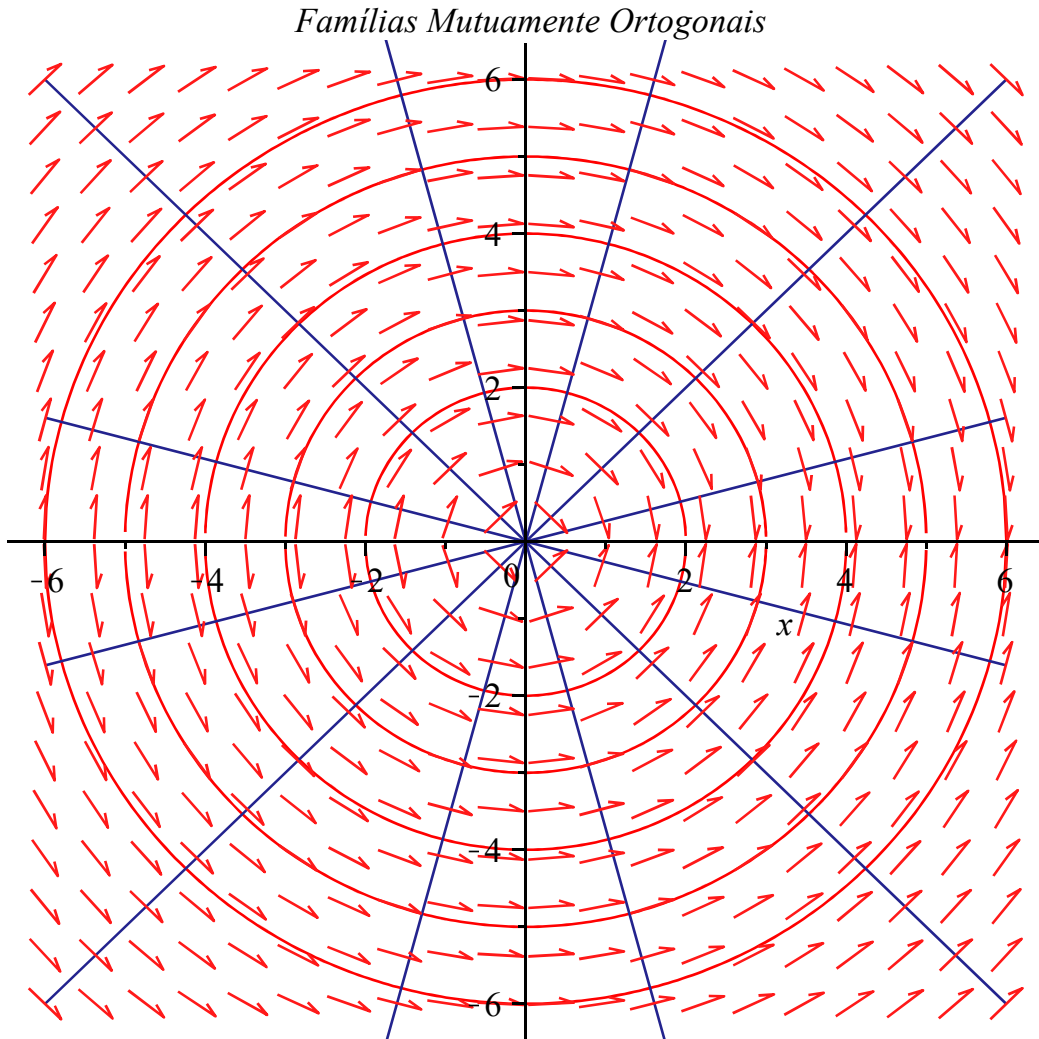
**1º Passo- atribuir um título ao gráfico:**

```
> tex3:=`Famílias Mutuamente Ortogonais`:
```

2º Passo - exibir o gráfico da primeira família de curvas e o gráfico família de curvas ortogonais simultaneamente e com o novo título:

```
> DF:=dfieldplot(eq6, y(x), x = -6 .. 6, y = -6 ..6):
```

```
display({G3},{A},{DF},title=tex3,numpoints=2500);
```



=====FIM=====