

Desigualdade: o que é e como identificar estatisticamente

Prof. Ricardo Dagnino
UFRGS - Tramandaí - 2021

<https://professor.ufrgs.br/dagnino>

Pesquisa Quantitativa 2 - Bacharelado em Desenvolvimento Regional





Sete grandes debates sobre Desigualdade

RODRÍGUEZ, Carlos. Sete Grandes Debates sobre Desigualdade Social. In: Cattani, A. D.; Mota, L. (orgs.). Desigualdades na América Latina: Novas perspectivas analíticas. Porto Alegre, Editora da UFRGS, 2005. pp. 207-233.

1. Diferenças e desigualdades
2. Gênese e Mimese
3. Oportunidades e resultados
4. Rendas e capacidades
5. Equidade e liberdade
6. Produtividade e sustentabilidade
7. Produção e distribuição



Desigualdade e igualdade em saúde

Na sociedade coexistem situações de abundância e de miséria, o que determina a existência de desigualdades:

Absolutas: ligadas à significativa diferença de renda entre pessoas ou entre grupos sociais);

Relativas: associando a essa dimensão as demais condições de vida.

Na análise das desigualdades sociais o recorte mais adequado é **identificar as situações que envolvem algum grau de injustiça.**

Procede-se assim, uma vez que as desigualdades colocam determinados coletivos populacionais em desvantagem quanto à chance de serem e de se manterem sadios (Bagrichevsky et al., 2013).



Desigualdade e igualdade em saúde

Tal problemática reflete muitas vezes os níveis de segregação existentes, que decorrem, por sua vez, da forma de organização e do modo de produção da sociedade, configurando-se como iniquidade. Contudo, no âmbito da formulação de políticas, o significado puramente semântico para o termo “desigualdade” nem sempre corresponde a algo prejudicial.

O conceito de iniquidade ganhou forma, firmando-se como sinônimo de toda e qualquer “desigualdade injusta” a ser permanentemente evitada ou combatida (Almeida, 2002).

Whitehead é uma das mais citadas na literatura internacional que trata das questões conceituais de equidade em saúde (Vieira-da-Silva; Almeida Filho, 2009).

Para ela, iniquidades constituem diferenças que, além de evitáveis, são também injustas (Whitehead, 1992).



Desigualdade e igualdade em saúde

Para Amartya Sen (2002): a equidade em saúde tem múltiplas facetas, e o melhor é vê-la como um conceito multidimensional que inclui aspectos relacionados ao nível de saúde que se tem e à possibilidade de se obtê-la, e não apenas com a distribuição do cuidado sanitário. Inclui a justiça dos processos e, por conseguinte, deve-se atentar para a ausência de discriminações na prestação da assistência.

Ademais, um bom compromisso com a equidade em saúde necessita, também, que as considerações sobre a saúde sejam integradas a temas mais amplos de justiça social e de equidade global, com especial atenção sobre a versatilidade dos recursos e as diferenças de alcance e de impacto dos diferentes acordos sociais.



Desigualdade e igualdade em saúde

“Breilh (2010), ao correlacionar equidade e classe social, distingue equidade/iniqüidade de igualdade/desigualdade ao afirmar que a iniqüidade é a categoria que define as relações e contrastes de poder existentes numa formação social e resulta da acumulação histórica de poder, decorrente do processo no qual uma determinada classe social apropria-se das condições de poder que, em geral, são interdependentes: apropriação e acumulação econômica, política e cultural.

Já desigualdade seria a expressão resultante dessa iniqüidade, que expressa uma injustiça na repartição de bens e serviços que existem numa sociedade.

Em outras palavras, enquanto a iniqüidade é uma categoria explicativa, a desigualdade é uma expressão explícita da iniqüidade.”



modelos de desigualdade

Os modelos matemáticos são funções de distribuição estatísticas. Na verdade, essas funções representam uma família de distribuições, não apenas uma única distribuição.

Cada membro da família tem características comuns que são representadas pelos parâmetros da função.

Uma função estatística largamente usada para construir modelos populacionais de indivíduos é a chamada distribuição normal ou de Gauss.

As alturas de indivíduos podem ser representadas por uma distribuição normal, por exemplo.

Uma função normal fica definida quando especificamos valores numéricos para sua média e desvio padrão. Assim, a família de funções normais é caracterizada por esses parâmetros.



modelos de desigualdade

Todavia, em se tratando de renda, as curvas de distribuição de frequência mais comuns não são simétricas, tendo geralmente uma cauda prolongada à direita.

A distribuição lognormal reflete bem esta forma, ao contrário da distribuição normal que é simétrica.

Há também outros motivos pelos quais a distribuição lognormal é conveniente, como por exemplo, nos casos em que a distribuição de renda não siga exatamente a distribuição lognormal, sua correspondente função bem-estar social segue; além disso, seus parâmetros são de fácil interpretação.



Distribuição normal (Gauss) ou não?!

“As distribuições mais frequentes são a distribuição log-normal, a distribuição de Gibbs ou exponencial, a distribuição Gamma e a lei de potência.”

“Os índices que normalmente são utilizados para caracterizar as distribuições são o expoente de Pareto, o índice de Gibrat e o índice de Gini.”

Carl Friedrich Gauss

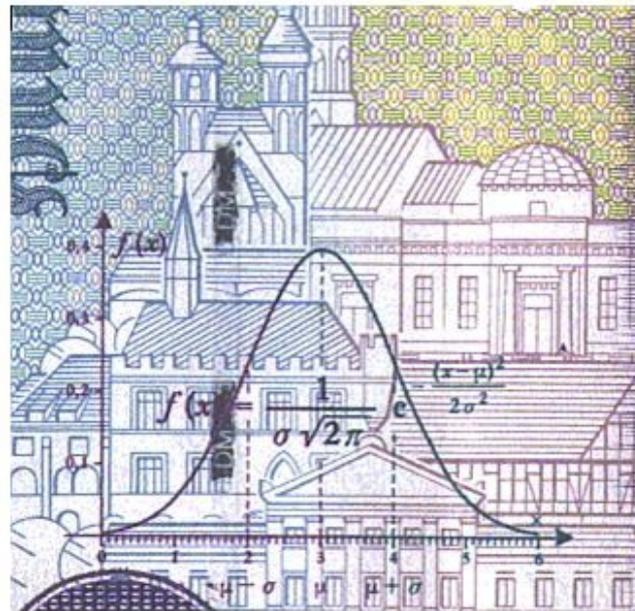
(1777 - 1855), matemático germânico

Na nota de 10 marcos vê-se a distribuição normal ou gaussiana e prédios históricos de Gottingen.



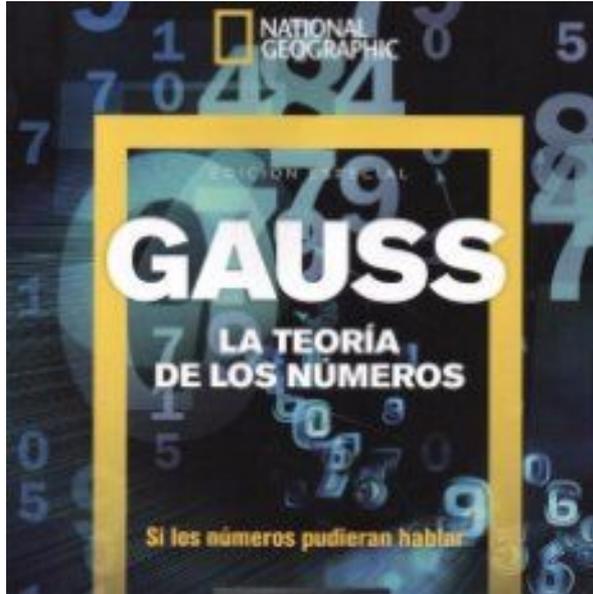
<https://www.shutterstock.com/pt/image-photo/carl-friedrich-gauss-1777-1855-german-1146351125>

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



SAMPAIO, Isaac Castro. Distribuições e Teorema do Limite Central Distribuições: Binomial, Poisson e Normal. SlidePlayer, 2016. <https://slideplayer.com.br/slide/11729565/>

Gauss



CRONOLOGÍA

1777
Nace Carl Friedrich Gauss en Brunswick, Alemania, único hijo del matrimonio formado por Gerhard Dietrich Gauss y Dorothea Benz.

1784
Entra en la escuela elemental de Brunswick. Tiene por profesores a J. G. Büttner y Martin Bartke, que reconocen su capacidad y lo estimulan.

1791
Es presentado al duque de Brunswick, que será su protector.

1795
Gauss dejó Brunswick y se trasladó a la Universidad de Gotinga, donde comienza sus estudios universitarios.

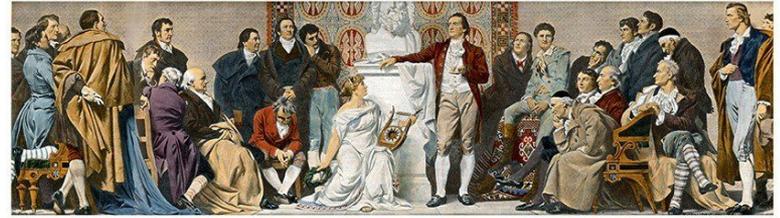
1796
Descubre el método de construcción del polígono de 17 caras con regla y compás. Este éxito hace que se decida por las matemáticas como su dedicación principal.

1799
Presenta su tesis de licenciatura en la Universidad de Helmstedt. En dicho trabajo proporciona la primera demostración del teorema fundamental del álgebra.

1801
Publica *Disquisitiones arithmeticae*, su mayor aportación a la teoría de números. En la obra recoge sus investigaciones de años anteriores, entre ellas las relativas a la aritmética modular, los números complejos y la ley de reciprocidad cuadrática. Determina la siebta de Ceres por el método de mínimos cuadrados.

1805
Se casa con Johanna Ochoff, con la que tendrá tres hijos: Joseph, Minna y Louis, que morirá a los pocos meses de edad.

20 GAUSS



Casa natal de C. F. Gauss en Brunswick. Fotografía de 1884.



Fachada de la Universidad de Göttinge, donde estudió Gauss.

DE ARNE ÅKÅL, UNIVERSITÄTSPHOTOGRAPHISCHES INSTITUT, HELMSTEDT, ALLEMANYA

1809
Publica su obra más importante de contenido astronómico, *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conici solum ambientium*.

1810
Gauss contrae matrimonio por segunda vez con Minna Waldck, con la que tendrá tres hijos: Eugen, Wilhelm y Therese. Su matrimonio dura hasta 1831, cuando Gauss vuelve a enviudar.

1818
El Gobierno de Hannover encarga a Gauss la triangulación y medición del reino, lo que le lleva varios años de dedicación a la geodesia.

1827
Publica *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, su obra fundamental en geometría diferencial, la cual incluye el *Theorema egregium*.

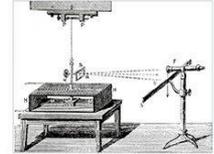
1821
Wilhelm Weber se instala en Göttinge, iniciando una fructífera relación con Gauss en física.

1849
Gauss presenta una nueva demostración del teorema fundamental del álgebra con motivo del 50 aniversario de su tesis de licenciatura.

1855
Muere la madrugada del 23 de febrero mientras dormía plácidamente, a la edad de sesenta y siete años.

DE ARNE ÅKÅL, UNIVERSITÄTSPHOTOGRAPHISCHES INSTITUT, HELMSTEDT, ALLEMANYA

En 1884 el artista alemán Otto Kroll pintó el mural *Weimar 1801*, donde aparecen destacados miembros de la sociedad del momento, entre ellos Gauss, admirando a Goethe, en el centro y con el brazo apoyado sobre un busto de Homero.



El primer telégrafo electromagnético fue creado por Carl Gauss y el físico alemán Wilhelm Weber.



Muestra del libro *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, que Gauss publicó en 1827.

INTRODUCCIÓN 21

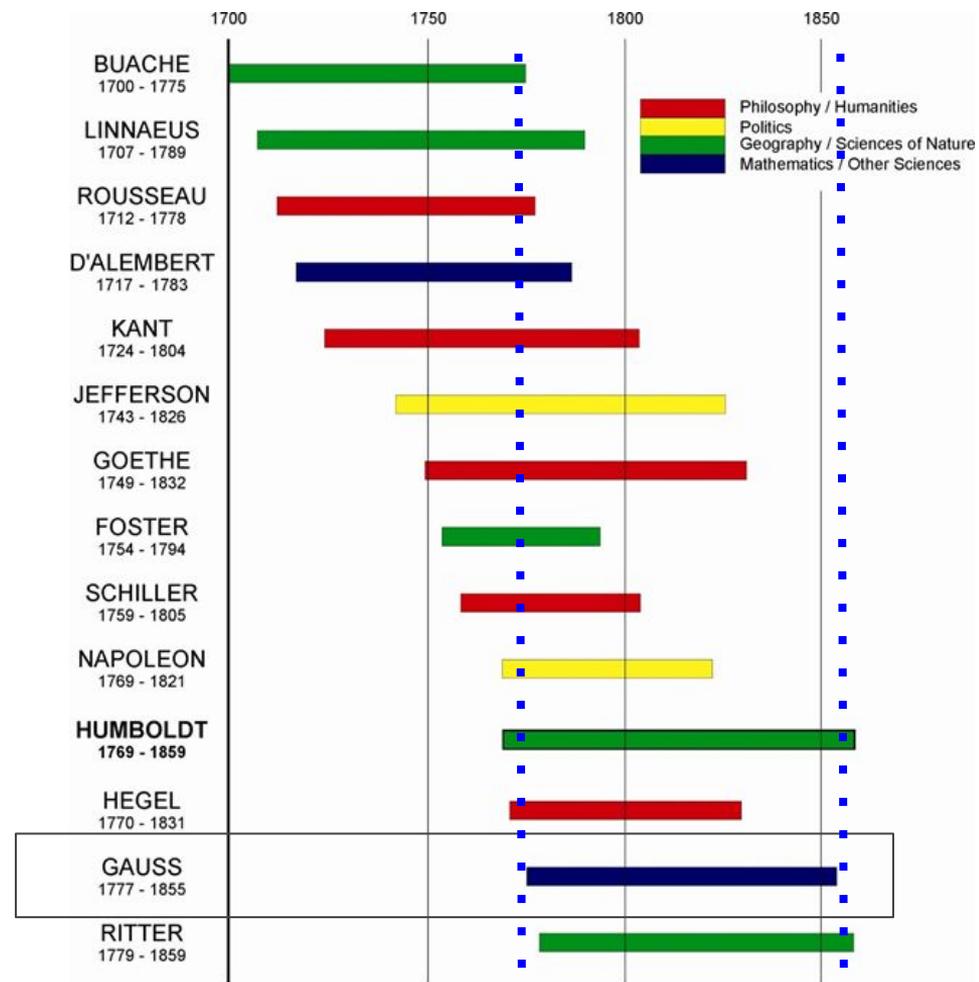
<http://certform66.blogspot.com/2017/12/national-geographic-gauss-teoria-dos.html>

<https://www.amazon.es/National-Geographic-Gauss-teor%C3%ADa-n%C3%BAmeros/dp/B073M29456>



Contemporâneos de Gauss

BUTTNER, Anne. Alexander
von Humboldt and planet
earth's green mantle. *Cybergeo:
European Journal of Geography*,
2012,
<https://doi.org/10.4000/cybergeo.25478>



Alexander von Humboldt: Intellectual Context

Filme: Die Vermessung der Welt (2012)

“medindo o mundo”

Sinopse: Alemanha no início do século XIX. "Die Vermessung der Welt" segue os dois brilhantes e excêntricos cientistas Alexander von Humboldt e Carl Friedrich Gauss em seus caminhos de vida.

Filme completo em espanhol «Midiendo el mundo»:

<https://youtu.be/YdE7wXPZ16k>

Trailer: https://youtu.be/7C_Oxms4LsY

Mais: <https://www.imdb.com/title/tt1571401/>





Distribuição NORMAL

“A distribuição normal em si é de fundamental importância em uma vasta área de estatística aplicada, e para uma apreciação de sua origem e significado, referências devem ser feitas às fontes citadas nas notas deste capítulo. Para nossos propósitos presentes, vamos notar que, uma vez que "a curva normal era, de fato, para os primeiros estatísticos o que o círculo era para os astrônomos ptolomaicos" (Yule e Kendall 1950), não é surpreendente que os estudiosos estivessem ansiosos para colocá-la em uso no campo da economia e em outros lugares.” (COWELL, 2009 p. 77)

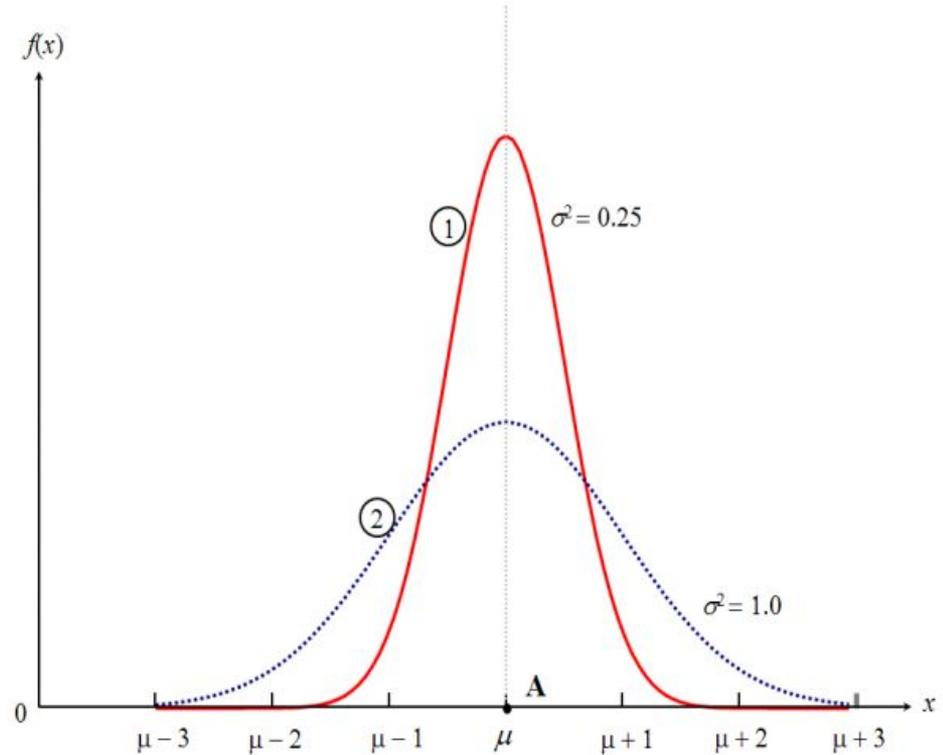


Figure 4.1: The Normal Distribution

Original: "The normal distribution itself is of fundamental importance in a vast area of applied statistics, and for an appreciation of its origin and significance reference should be made to sources cited in the notes to this chapter. For our present purposes let us note that since "the normal curve was, in fact, to the early statisticians what the circle was to the Ptolemaic astronomers" (Yule and Kendall 1950) it is not surprising that scholars have been eager to press it into service in the field of economics and elsewhere."



Distribuição NORMAL

“Se as notas dos exames, a altura dos homens e os erros na observação experimental [nota 1] deveriam ter distribuição normal, então por que não procurar uma "lei normal" que governe a distribuição das quantidades observadas nas ciências sociais?

Nota 1: Já se reconheceu há muito tempo que as distribuições de muitas dessas características observadas raramente se aproximam muito da distribuição normal. Isso em nada diminui a importância do normal na teoria da amostragem, nem na compreensão da origem histórica de grande parte do pensamento a respeito da distribuição das rendas.” (COWELL, 2009, p. 77-78)

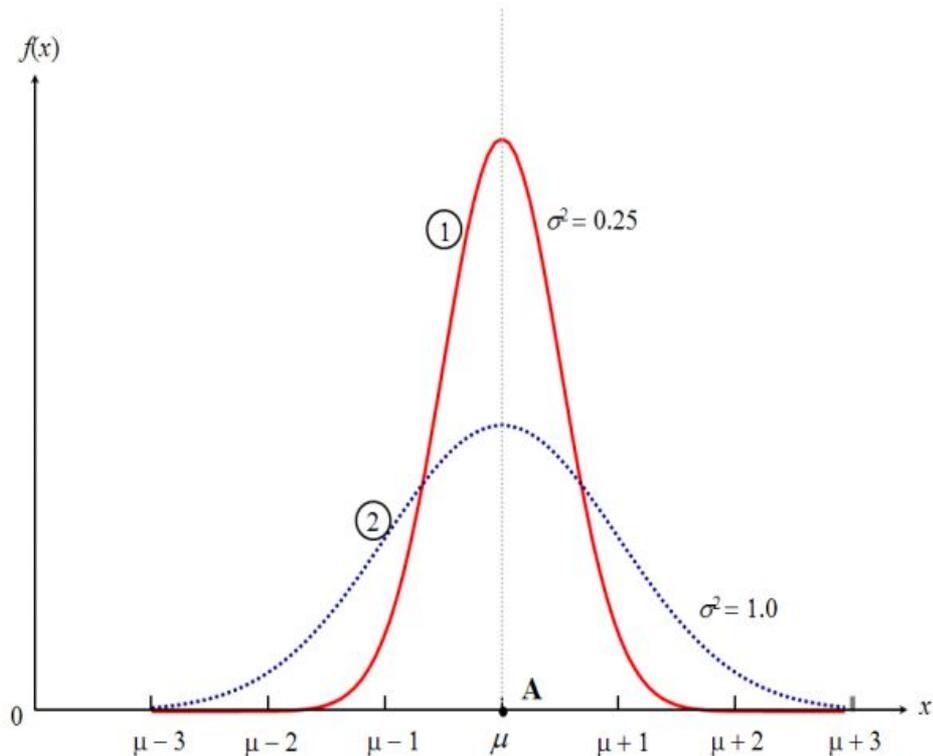


Figure 4.1: The Normal Distribution



Distribuição NORMAL

O termo “distribuição normal” descreve uma família de curvas de frequência possíveis, dois membros típicos das quais são ilustrados na Figura 4.1.

Como você pode ver, as curvas são simétricas em relação à linha vertical que passa por A; o ponto A marca o valor “m” que é a média aritmética da variável “x” cuja distribuição é descrita pela curva (1). Esta é também a média de uma variável com a distribuição da curva (2), que por construção foi desenhada com o mesmo valor médio. Se a curva (2) tivesse uma média mais alta, ela seria deslocada corporalmente para a direita de sua posição atual. Quanto maior a variância da distribuição “s²”, mais “espalhada” será esta curva - compare os valores “s²” para as duas curvas.

Os dois números “m”, “s²” são os parâmetros das curvas e, assim, identificam completamente um membro particular da família de distribuições normais. Se uma determinada variável x (como altura em uma amostra de homens adultos) tem a distribuição normal com média e variância, dizemos que x é distribuído N (x; m; s²). (COWELL, 2009, p.78)

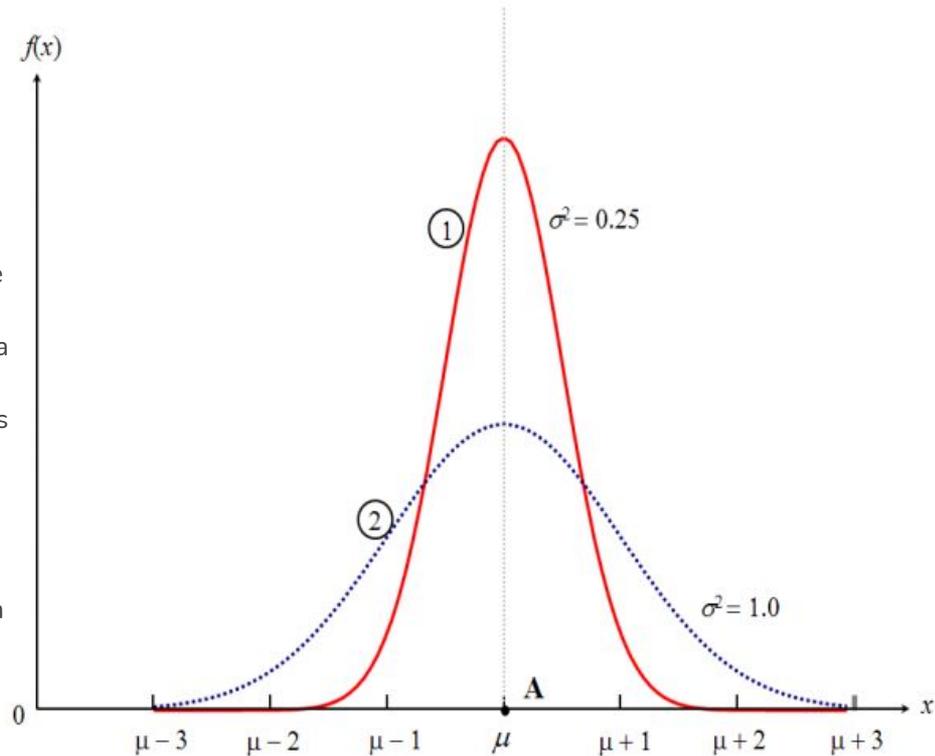


Figure 4.1: The Normal Distribution

Original: The term “normal distribution” describes one family of possible frequency curves, two typical members of which are illustrated in Figure 4.1. As you can see, the curves are symmetrical about the vertical line through A; point A marks the value “m” which is the arithmetic mean of the variable “x” whose distribution is described by curve (1). This is also the mean of a variable with the distribution of curve (2), which by construction has been drawn with the same mid-value. If curve (2) had a higher mean then it would be displaced bodily to the right of its present position. The higher the variance of the distribution “s²” the more “spread out” will this curve be - compare the values “s²” for the two curves. The two numbers “m”, “s²” are the curves parameters and so completely identify a particular member of the family of normal distributions. If a particular variable x (such as height in a sample of adult males) has the normal distribution with mean and variance, we say that x is distributed N (x; m; s²). (COWELL, 2009, p. 78)

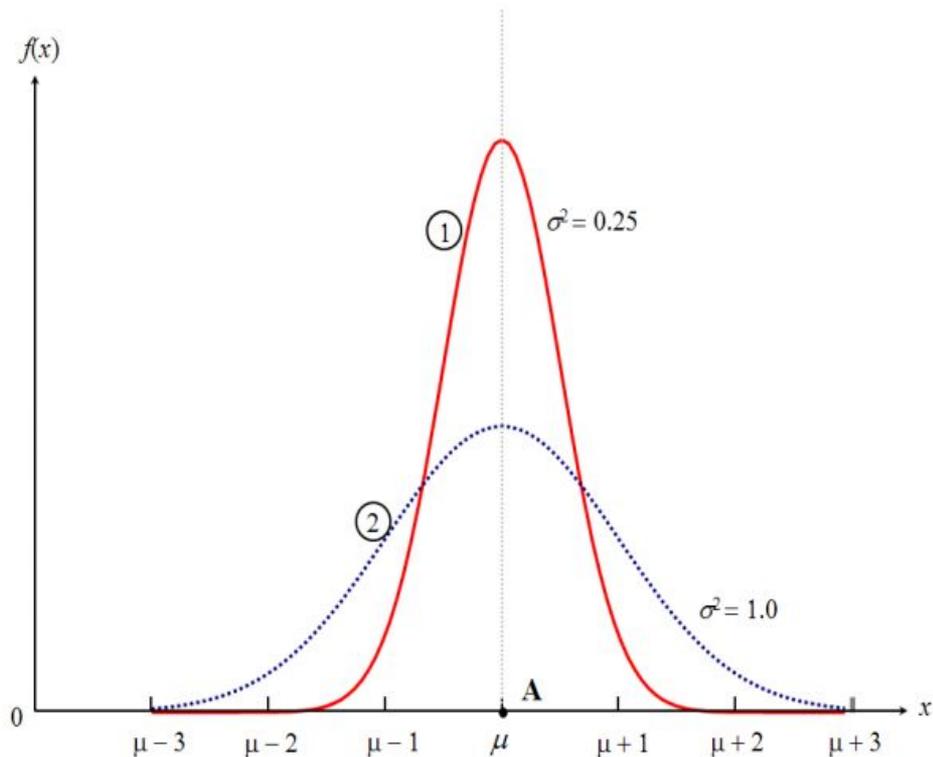


Distribuição NORMAL

Agora é evidente que a distribuição de quantidades econômicas, como renda, não se ajusta à curva normal (embora haja alguns ptolemaianos dos últimos dias que gostariam de nos assegurar que “realmente” o fazem - ver, por exemplo, Lebergott (1959). [LEBERGOTT, S. The shape of the income distribution. American Economic Review, 49, p. 328-347, 1959. <https://www.jstor.org/stable/1809904>].

Como vimos no Capítulo 2, as distribuições de renda típicas são positivamente distorcidas, com uma cauda pesada para a direita - isso é ainda mais perceptível no caso da distribuição de riqueza. (COWELL, 2009, p. 78)

Existe uma distribuição teórica simples que capte essa característica? (COWELL, 2009, p. 78-79)



Original: Now it is evident that the distribution of economic quantities such as income does not fit the normal curve (although there are some latter day Ptolemaians who would like to assure us that they “really” do - see, for example, Lebergott (1959). [LEBERGOTT, S. The shape of the income distribution. American Economic Review, 49, p. 328-347, 1959. <https://www.jstor.org/stable/1809904>]. As we have seen in Chapter 2, typical income distributions are positively skewed, with a heavy right-hand tail - this is even more noticeable in the case of the distribution of wealth. Is there a simple theoretical distribution that captures this feature? (COWELL, 2009, p. 78).

Figure 4.1: The Normal Distribution



Distribuição LogNORMAL

Como vimos no Capítulo 2, as distribuições de renda típicas são positivamente distorcidas, com uma cauda pesada para a direita - isso é ainda mais perceptível no caso da distribuição de riqueza. (COWELL, 2009, p. 78)

Existe uma distribuição teórica simples que capte essa característica? (COWELL, 2009, p. 78-79)

A distribuição lognormal foi sugerida como tal candidata e pode ser explicada da seguinte maneira. Suponha que estamos considerando a distribuição de uma variável y (renda) e descobrimos que o logaritmo de y tem a distribuição normal, então y é dito ser lognormalmente distribuído. Portanto, transformamos todos os nossos valores y em valores x assim: $x = \log(y)$ (a forma da curva que descreve a relação é dada pela curva $e = 1$ na Figura 3.1), descobriremos que ela tem a distribuição normal como as curvas em Figura 4.1. (COWELL, 2009, p. 79)

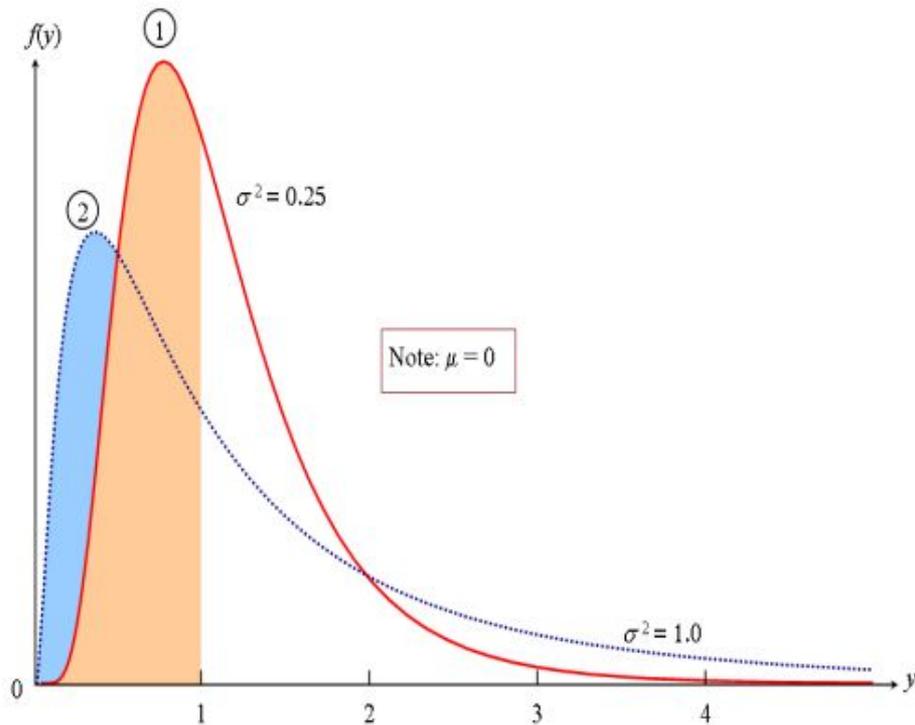


Figure 4.2: The Lognormal Distribution

Original: As we have seen in Chapter 2, typical income distributions are positively skewed, with a heavy right-hand tail - this is even more noticeable in the case of the distribution of wealth. Is there a simple theoretical distribution that captures this feature? (COWELL, 2009, p. 78-79). The lognormal distribution has been suggested as such a candidate, and may be explained in the following manner. Suppose we are considering the distribution of a variable y (income) and we find that the logarithm of y has the normal distribution, then y is said to be lognormally distributed. So we transform all our y -values to x -values thus: $x = \log(y)$ (the shape of the curve that describes the relation is given by the $e = 1$ curve in Figure 3.1), we will find that it has the normal distribution like the curves in Figure 4.1. (COWELL, 2009, p. 79)



Distribuição LogNORMAL

Mas como é a distribuição da própria variável não transformada y ?

Dois membros representativos da família lognormal são ilustrados na Figura 4.2. Observe que, ao contrário da distribuição normal, ela não é definida para valores negativos da variável y . A razão para isso é que conforme x (o logaritmo de y) se torna grande e negativo, o próprio y se aproxima de seu valor mínimo de zero e não há nenhum número real x representando o logaritmo de um número negativo.

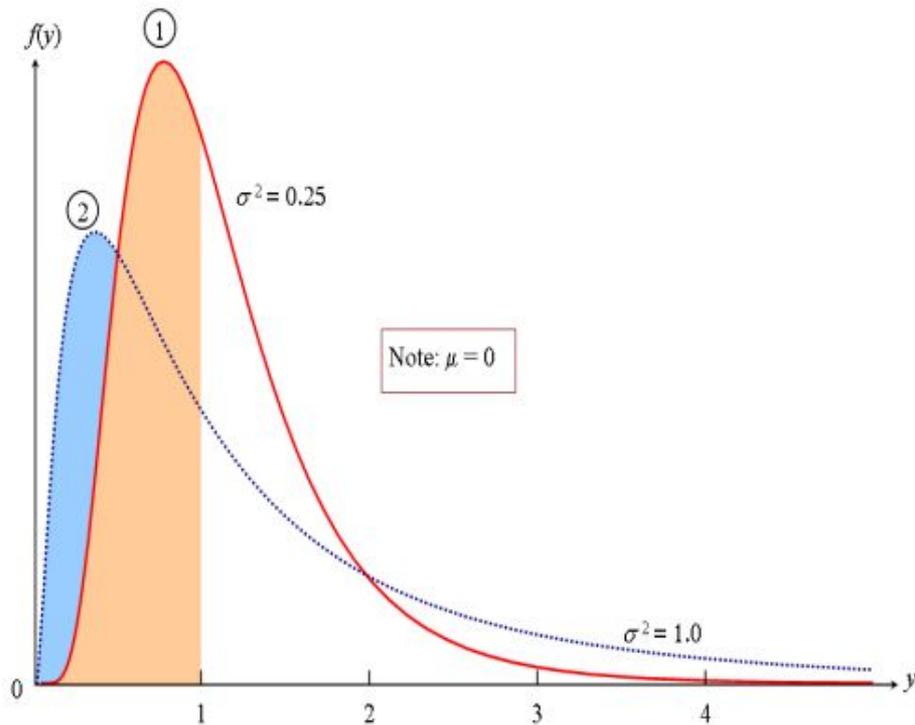


Figure 4.2: The Lognormal Distribution

Original: But what does the distribution of the untransformed variable y itself look like? Two representative members of the lognormal family are illustrated in Figure 4.2. Notice that, unlike the normal distribution, it is not defined for negative values of the variable y . The reason for this is that as x (the logarithm of y) becomes large and negative, y itself approaches its minimum value of zero, and there is no real number x representing the logarithm of a negative number. (COWELL, 2009, p. 79)



Distribuição LogNORMAL

No entanto, o leitor perspicaz pode agora estar se perguntando, por que escolher uma transformação logarítmica para produzir uma distribuição da forma “certa”? Existem quatro razões.

Em primeiro lugar, a distribuição log-normal tem muitas propriedades convenientes, algumas das quais são explicadas abaixo.

Em segundo lugar, pode-se mostrar que, sob certos tipos de “processos aleatórios”, a distribuição das rendas acaba sendo aproximadamente lognormal. (COWELL, 2009, p. 79) A ideia aqui, grosso modo, é que as mudanças na renda das pessoas podem ser comparadas a um processo sistemático em que, em cada momento, a renda de uma pessoa aumenta ou diminui em uma certa proporção, o aumento proporcional exato sendo determinado pelo acaso. (COWELL, 2009, p. 79-80)

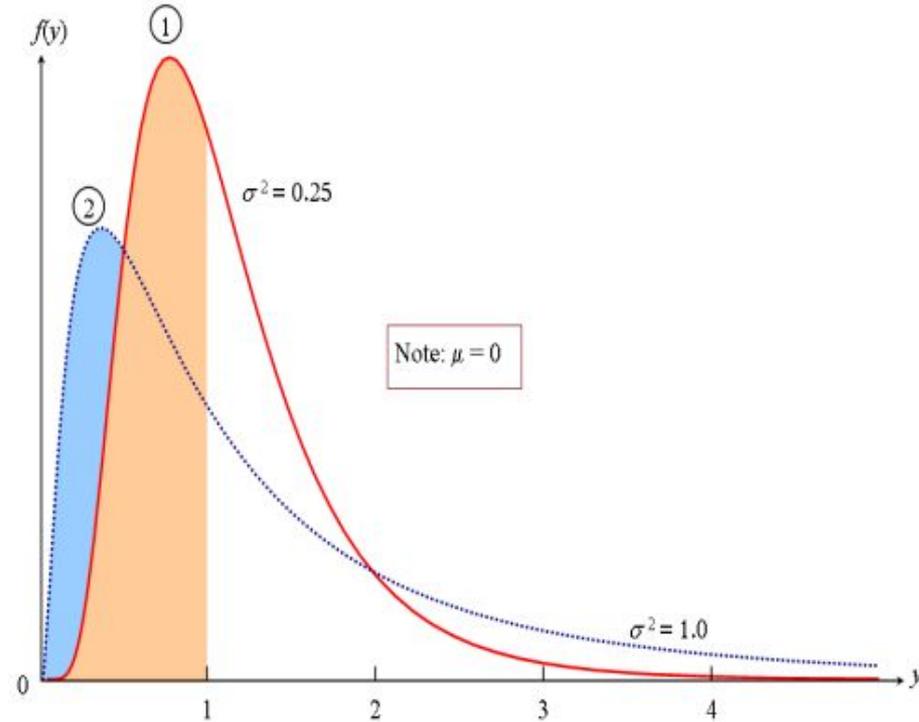


Figure 4.2: The Lognormal Distribution



Distribuição LogNORMAL

Se a distribuição desses incrementos ou decréscimos proporcionais seguir a lei normal, então, em muitos casos, a distribuição geral da renda se aproxima da lognormalidade, desde que você dê tempo suficiente para o processo operar. [Nota 2: Claro, outras suposições técnicas são necessárias para garantir a convergência para o lognormal. Em alguns casos, a distribuição resultante é semelhante, mas não exatamente equivalente, ao lognormal. Esse tipo de processo também é útil para analisar a desigualdade na distribuição do tamanho das empresas].

Em terceiro lugar, ainda existe alguma noção residual de “utilidade individual” ou “bem-estar social” associada ao logaritmo da renda; seria bom afirmar que, embora as rendas não sigam a distribuição normal, a “utilidade” ou o “bem-estar” seguem. Isso não funcionará, no entanto, como vimos no Capítulo 3, mesmo se introduzirmos uma função de bem-estar social, $\log(y)$ é apenas um entre muitos candidatos a “índices de bem-estar”. Em quarto lugar, o lognormal fornece um tipo razoável de ajuste para muitos conjuntos reais de dados. Vou considerar

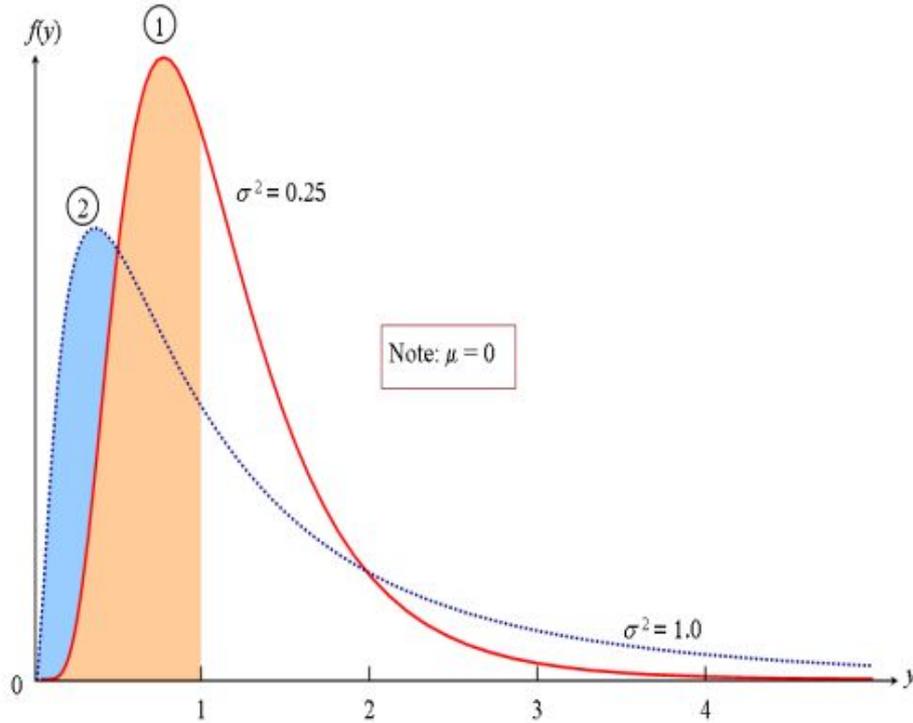


Figure 4.2: The Lognormal Distribution

Original: If the distribution of these proportional increments or decrements follows the normal law, then in many cases the overall distribution of income approaches lognormality, provided that you allow time to pass long enough for the process to operate. [Note 2: Of course, other technical assumptions are necessary to ensure convergence to the lognormal. In some cases the resulting distribution is similar to, but not exactly equivalent to, the lognormal. This kind of process is also useful in analyzing the size distribution of firms]. Thirdly, there is still some residual notion of “individual utility” or “social welfare” associated with the logarithm of income; it would be nice to claim that although incomes do not follow the normal distribution, “utility” or “welfare” does. This will not do, however, for as we have seen in Chapter 3, even if we do introduce a social-welfare function, $\log(y)$ is just one among many candidate “welfare indices.” Fourthly, the lognormal provides a reasonable sort of fit to many actual sets of data. This I shall consider later. (COWELL, 2009, p. 80).

Métodos medição desigualdade

SCHNEIDER, Maria Cristina et al. Métodos de mensuração das desigualdades em saúde. Revista panamericana de salud pública, v. 12, p. 398-414, 2002.

<https://www.scielosp.org/article/rpsp/2002.v12n6/398-414/pt/>

QUADRO 1. Passos básicos iniciais para o cálculo dos indicadores descritos, com seus correspondentes exemplos

Passos básicos	Exemplo
Definir claramente a questão de pesquisa.	Existem desigualdades entre os países andinos quanto à mortalidade infantil?
Definir a população em estudo.	População dos países andinos.
Definir a unidade de análise.	País.
Definir claramente o plano de análise.	Descrever a distribuição da mortalidade infantil entre os países andinos e avaliar sua variabilidade utilizando a Razão de Taxas, o Risco Atribuível Populacional e o Índice e Curva de Concentração.
Definir as variáveis que serão utilizadas, indicando suas fontes e ano.	A variável de saúde é a Taxa de Mortalidade Infantil de 1997 e a variável socioeconômica é o PIB de 1996, ajustado pelo PCM; dados demográficos de 1998. Todos os dados são procedentes da mesma fonte (13).
Se não foi calculada a taxa ou outro indicador, obter as informações necessárias para os cálculos	População de nascidos vivos em 1997 e número de óbitos de menores de um ano em 1997. Obtidos da mesma fonte (13)
Se for necessário, obter informações complementares	População total de 1997 e taxa bruta de natalidade de 1997, obtidos na mesma fonte (13), para o cálculo do número de nascidos vivos.

Nota: PIB: Produto Interno Bruto; PCM: Poder de compra da moeda.



Gini

O coeficiente de Gini, ou índice de Gini, é uma medida da distribuição de renda de uma população.

Foi desenvolvido pelo estatístico italiano Corrado Gini (1884-1965) e leva o seu nome. (ROSER; ORTIZ-OSPINA, 2013)

O Gini é um índice de dispersão, correspondente à razão entre a média dos desvios absolutos das rendas de todas as pessoas da amostra e 2 vezes a média. Como existem $N(N - 1)/2$ pares de pessoas distintos na amostra, a fórmula do Gini é:

$$\gamma = \frac{1}{\mu N(N - 1)} \sum_{i>j}^N \sum_j^N |x_i - x_j|$$

- **Perfeita Eqüidade:** quando todos os indivíduos apresentam a mesma renda, $x_i = \mu \forall i$, o somatório acima é nulo e o Gini é igual a zero.
- **Perfeita Iniqüidade:** quando um indivíduo detém toda a riqueza ($N\mu$), temos $N - 1$ pares com desvios absolutos iguais a $N\mu$, enquanto todos os demais pares apresentam desvios nulos. Assim, o Gini é igual a 1. (NERI, s/d - Índice de Gini)

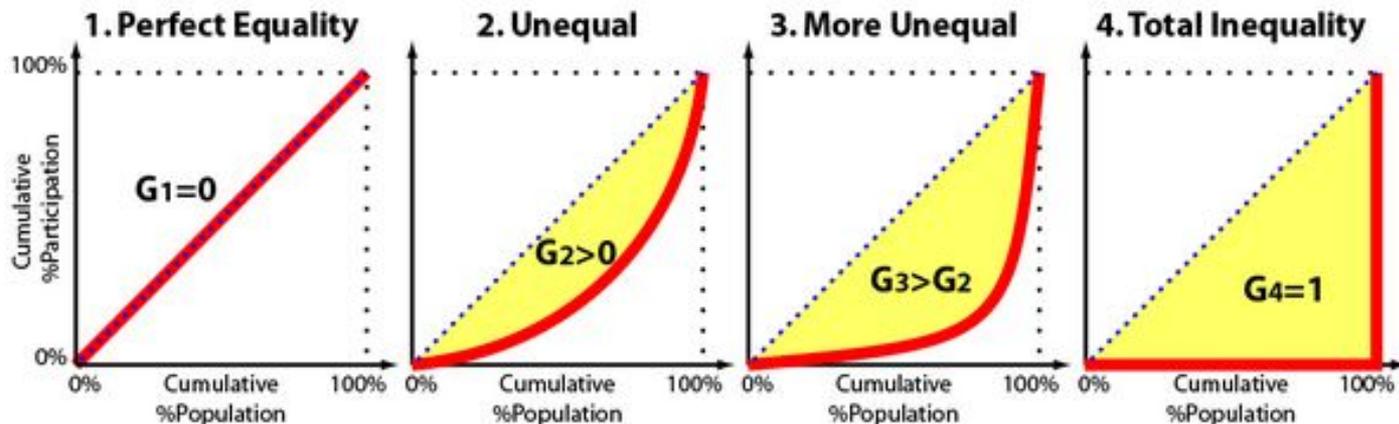


Gini - Lorenz

O índice de Gini é frequentemente representado graficamente por meio da curva de Lorenz, que mostra a distribuição da renda (ou riqueza) traçando o percentil da população pela renda no eixo horizontal e a renda acumulada no eixo vertical.

O coeficiente de Gini é igual à área abaixo da linha de igualdade perfeita menos a área abaixo da curva de Lorenz, dividida pela área abaixo da linha de igualdade perfeita.

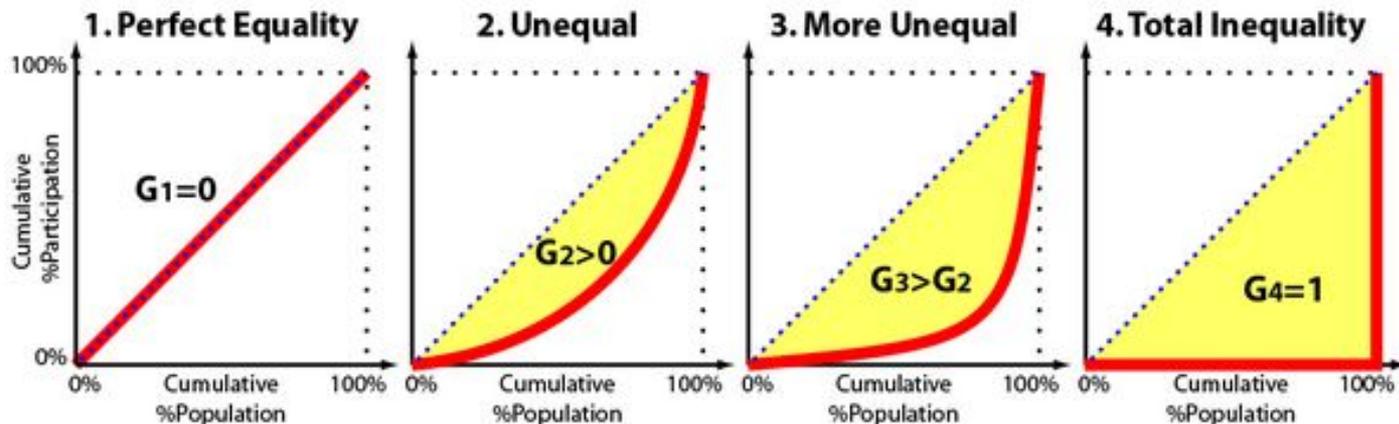
Em outras palavras, é o dobro da área entre a curva de Lorenz e a linha de igualdade perfeita.



Gini - Lorenz

Outra maneira de pensar sobre o coeficiente de Gini é como uma medida de desvio da igualdade perfeita.

Quanto mais uma curva de Lorenz se desvia da linha reta perfeitamente igual (que representa um coeficiente de Gini de 0), maior o coeficiente de Gini e menos igualitária é a sociedade.





Gini

Esta figura ilustra a definição do índice de Gini:

Em uma população em que a renda é perfeitamente distribuída igualmente, a distribuição das rendas seria representada pela 'linha de igualdade' como mostrado no gráfico - 10% da população ganharia 10% da renda total, 20% ganhariam 20% da renda total e assim por diante.

Visual Explanation of the Gini Coefficient

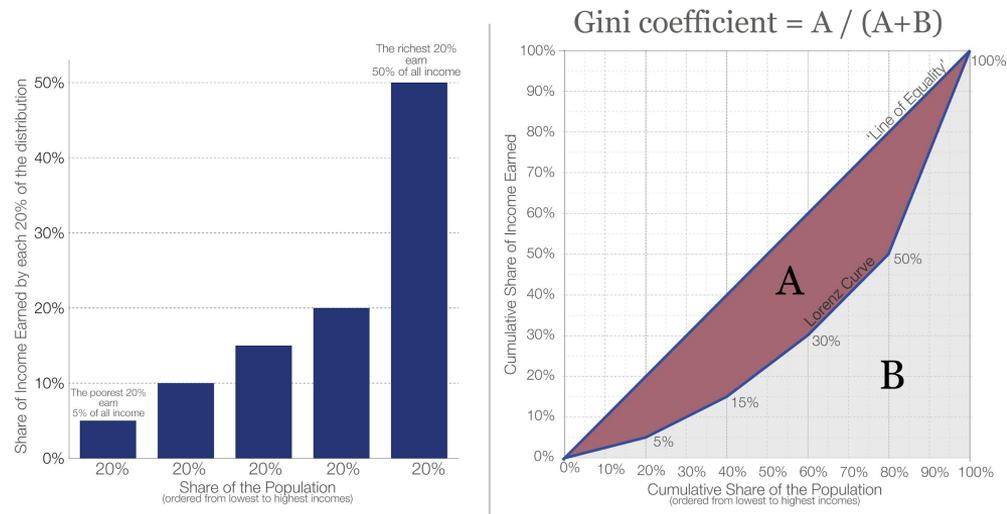
The bar chart on the left shows a simple distribution of incomes. The total population is split up in 5 parts and ordered from the poorest to the richest 20%. The bar chart shows how much income each 20% part of the income distribution earns.

The chart on the right shows the same information in a different way, both axis show the cumulative shares: The poorest 20% of the population earn 5% of the total income, the next 20% earn 10% – so that the poorest 40% of the population earn 15% etc. The curve resulting from this way of displaying the data is called the Lorenz Curve.

If there was no income inequality the resulting Lorenz Curve would be a straight line – the 'Line of Equality'.

A larger area (A) between the Lorenz Curve and the Line of Equality means a higher level of inequality.

The ratio of A/(A+B) is therefore a measure of inequality and is referred to as the Gini coefficient, Gini index, or simply the Gini.



This visualization is available at [OurWorldInData.org](https://ourworldindata.org). There you find research, visualisations and more visualizations on this topic.

ROSER, Max; ORTIZ-OSPINA, Esteban. Income Inequality. OurWorldInData.org, 2013.

<https://ourworldindata.org/income-inequality>

Gini

A 'curva de Lorenz' mostra a distribuição de renda em uma população onde a renda não é distribuída igualmente. No exemplo, você vê que os 60% mais pobres da população ganham 30% da renda total.

O coeficiente de Gini captura o desvio da curva de Lorenz da 'linha de igualdade' comparando as áreas A e B:

$$\text{Gini} = A / (A + B)$$

Isso significa que um coeficiente Gini de zero representa uma distribuição em que a curva de Lorenz é apenas a 'Linha da Igualdade' e as rendas são distribuídas de maneira perfeitamente igual.

Um valor de 1 significa desigualdade máxima - uma pessoa tem toda a renda e todas as outras não recebem.

Visual Explanation of the Gini Coefficient

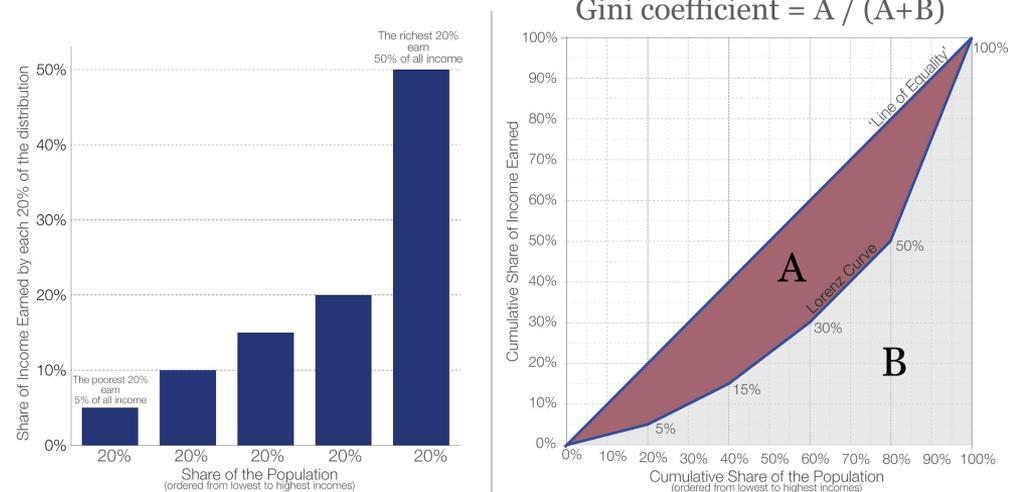
The bar chart on the left shows a simple distribution of incomes. The total population is split up in 5 parts and ordered from the poorest to the richest 20%. The bar chart shows how much income each 20% part of the income distribution earns.

The chart on the right shows the same information in a different way, both axis show the cumulative shares: The poorest 20% of the population earn 5% of the total income, the next 20% earn 10% – so that the poorest 40% of the population earn 15% etc. The curve resulting from this way of displaying the data is called the Lorenz Curve.

If there was no income inequality the resulting Lorenz Curve would be a straight line – the 'Line of Equality'.

A larger area (A) between the Lorenz Curve and the Line of Equality means a higher level of inequality.

The ratio of A/(A+B) is therefore a measure of inequality and is referred to as the Gini coefficient, Gini index, or simply the Gini.

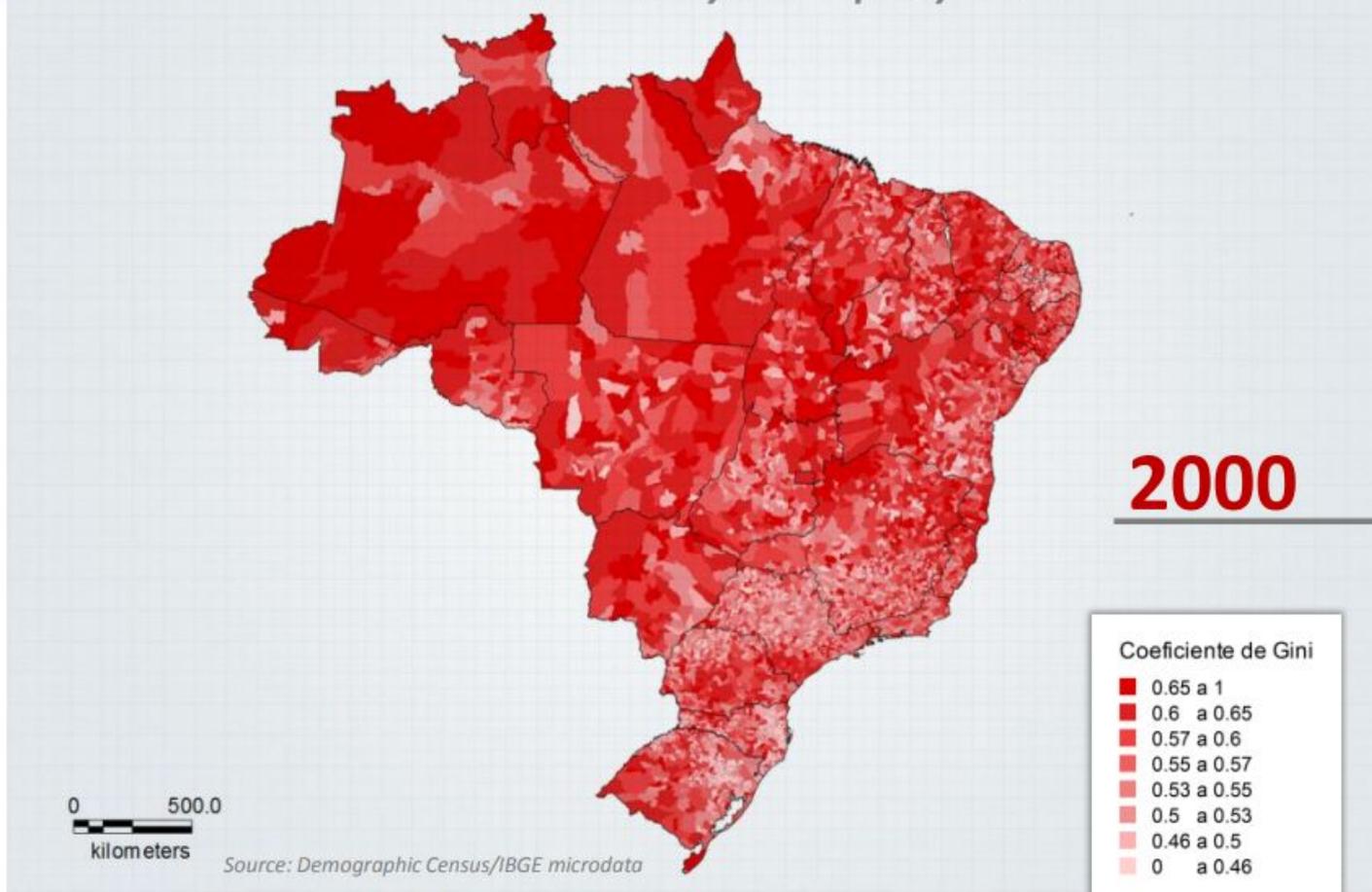


This visualization is available at [OurWorldInData.org](https://ourworldindata.org). There you find research, visualisations and more visualizations on this topic.

Gini municípios BR

Inequality by Municipalities

*Gini Index of Per Capita Income
by Municipality - 2000*



Gini municípios BR

Inequality by Municipalities

*Gini Index of Per Capita Income
by Municipality - 2000*

Inequality fell in
83% of Latin
America countries
and 40% of World
Countries

Inequality fell in 80%
of the 5500 Brazilian
Municipalities

2010

0 500.0
kilometers

Source: Demographic Census/IBGE microdata

Coefficiente de Gini

- 0.65 a 1
- 0.6 a 0.65
- 0.57 a 0.6
- 0.55 a 0.57
- 0.53 a 0.55
- 0.5 a 0.53
- 0.46 a 0.5
- 0 a 0.46



Propriedades das medidas de desigualdade

Ao usar os indicadores é necessário conhecer os pontos fortes e as fraquezas.

Na medição ou modelagem da desigualdade deve-se observar se o indicador possui algumas propriedades, conhecidas como princípios ou axiomas.

Nessa verificação, o pesquisador Frank Cowell (2009 - Measuring Inequality) sugere os seguintes princípios.

1. Princípio fraco de transferências;
2. Princípio da independência da escala de renda;
3. Princípio da população;
4. Princípio da decomposição;
5. Princípio forte de transferências.



Gini: pontos fracos

Para Amaral (2009, p. 21):

“Índice de Gini é menos sensível à desigualdade associada à riqueza ou pobreza extremas (não tem “sensibilidade de transferência”), refletindo mais precisamente distribuição nos segmentos de renda média.”



Gini: pontos fracos

Segundo (HOFFMANN, 1991, p .144):

“Mas o índice de Gini é inconveniente para estudos em que a população é dividida em grupos (conforme a região de residência, o setor de atividade ou o nível de escolaridade, por exemplo) e se deseja decompor a desigualdade total em uma parte relativa às diferenças entre grupos e uma parte relativa à desigualdade dentro dos grupos.”



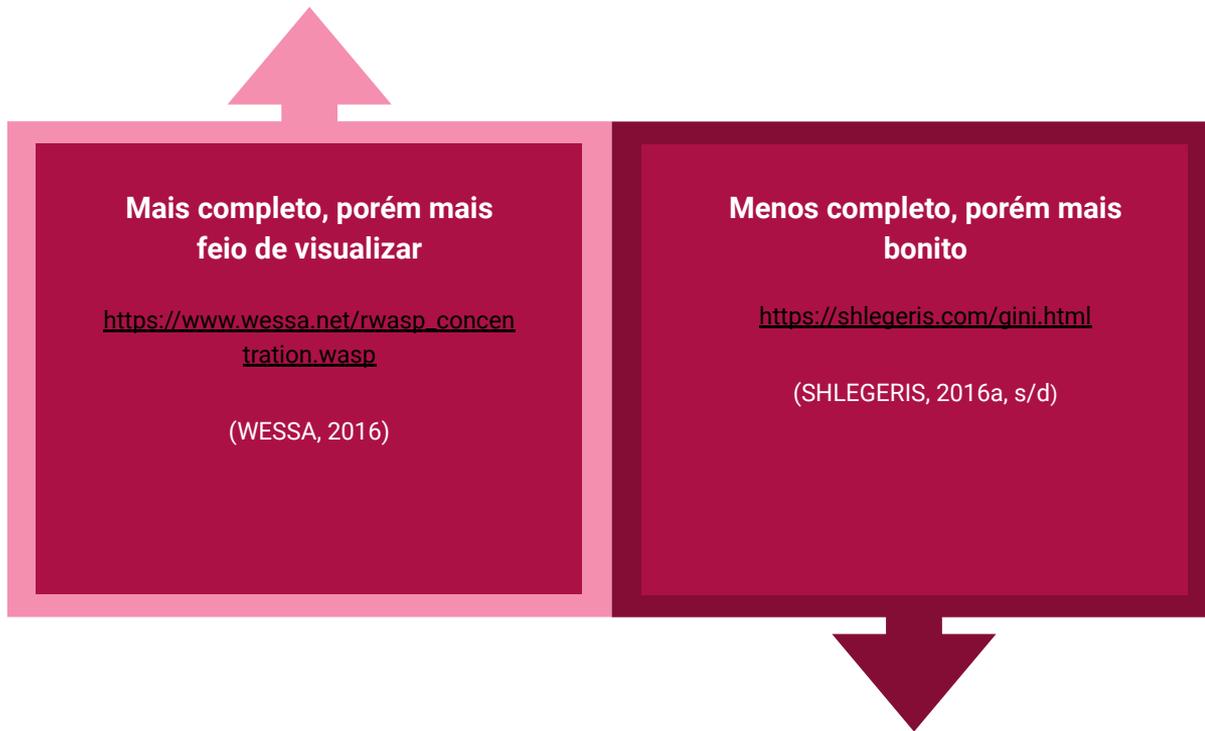
Gini: pontos fracos

Segundo RUSSO; BRESCIANI FILHO (2018):

“Embora, o índice de Gini seja, geralmente, o mais divulgado para análise da desigualdade social, **os índices de Theil são**, entre os mais conhecidos, **os únicos que satisfazem os cinco princípios estudados para a escolha das medidas de desigualdade** de renda, conforme Cowell (2009).”

Cálculo online

duas alternativas





Cálculo online

<https://shlegeris.com/gini.html> (Shlegeris)

Escolas de Cidreira:

29,425,434,1141,211,123,255,127,893,354,353

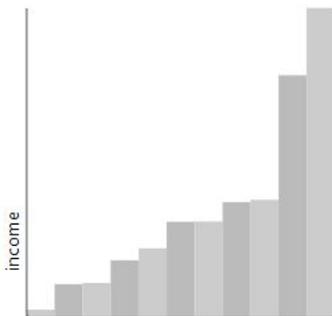
Gini coefficient calculator

[Buck Shlegeris](#)

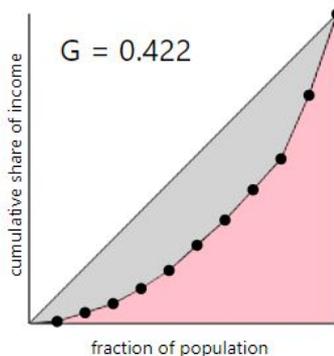
Enter a comma-separated list of incomes.

29,425,434,1141,211,123,255,127,893,354,353

Here's a graph of the income distribution:



Here's your Lorenz curve:



Nome	Alunos
EEI ABC	29
EMEF FRANCISCO MENDES	425
EMEF ILDO MENEGHETTI	434
EMEF MARCILIO DIAS	1141
EMEI TIO JORGE CALDERON	211
EMEI TIO MOISES	123
EMEI TIO SILVIO	255
EMEI VOVO JURA	127
ESC EST ED BAS RAUL PILLA	893
ESC EST ENS FUN HERLITA SILVEIRA TEIXEIRA CIEP EM CIDREIRA	354
ESC MUN ENS FUND ALFREDO PEDRO DA SILVA	353
Total Geral	4345



Cálculo online

<https://shlegeris.com/gini.html> (Shlegeris)

Escolas de Osório:

676,13,92,226,62,126,73,47,85,90,79,318,94,25,109,451,181,467,338,743,348,225,48,200,107,118,86,155,75,125,95,23,58,1075,382,1107,97,516,719,642,516,213,481

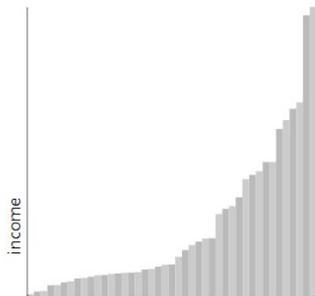
Gini coefficient calculator

Buck Shlegeris

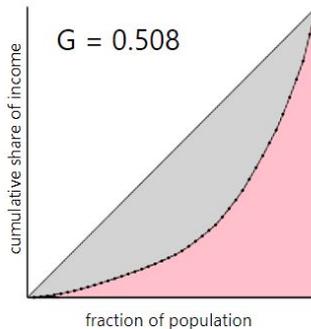
Enter a comma-separated list of incomes.

676,13,92,226,62,126,73,47,85,90,79,318,94,25,109,451,181,467,338,743,348,225,48,200,107,118,86,155,75,125,95,23,58,1075,382,1107,97,516,719,642,516,213,481

Here's a graph of the income distribution:



Here's your Lorenz curve:



The Gini coefficient G is the area of the grey section of the Lorenz curve divided by the sum of the red and grey areas. If everyone has the same income, then it will be 0. If one person has all the money, it will be 1.

Nome	Total
COLEGIO CENEICISTA MARQUES DE HERVAL	676
E E IND ENS FUN KUARAY RESE	13
EEE VO EUGENIA	92
EEF METODISTA NEYTA RAMOS	226
E EI CLUBE DA CRIANCA	62
E EI DOS PIMPOLHOS LTDA	126
E EI JARDIM ENCANTADO	73
E EI MUNDO MAGICO II	47
E EI SEMENTINHA	85
EMEF ANGELO GABRIEL BOFF GUASSELLI	90
EMEF ANGELO GAMBA	79
EMEF DEZESSEIS DE DEZEMBRO	318
EMEF GENERAL CORDEIRO DE FARIAS	94
EMEF JOAO ENET	25
EMEF JOSE GARIBALDI	109

Fonte dos dados: Dagnino et al. (2019) 36

EMEF JOSE PAULO DA SILVA

451



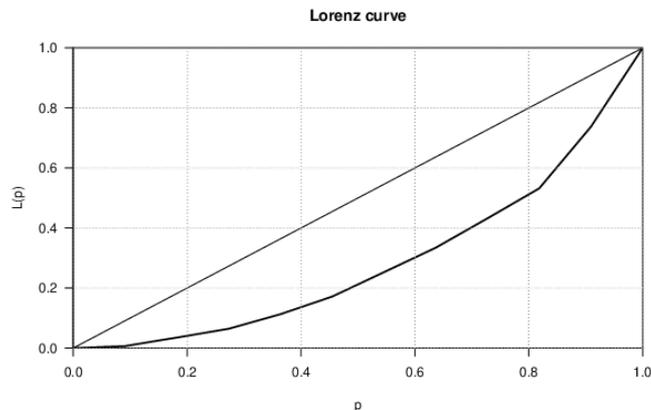
Cálculo online

WESSA (2016) - https://www.wessa.net/rwasp_concentration.wasp

Escolas de
Cidreira:

29
425
434
1141
211
123
255
127
893
354
353

Fornece **Gini** e mais estatísticas de concentração
como **Theil**.



Concentration - Ungrouped Data

Measure	Value
Number of Categories	11
Maximum Entropy	2.39789527279837
Entropy	2.09294257583664
Normalised Entropy	0.872824847514775
Max. Entropy - Entropy	0.304952696961734
Theil Entropy Index	0.304952696961734
Exponential Index	0.123323712003595
Herfindahl	0.151484570839861
Normalised Herfindahl	0.0666330279238467
Rosenbluth	0.157319236757305
Gini	0.422136206716184
Concentration	0.464349827387802
Ricci-Schutz (Pietra)	0.302186421173763
Atkinson	0.155098808233711
Kolm	363.602104727202
Coefficient of Variation	0.816290560547203
Squared Coefficient of Variation	0.666330279238467

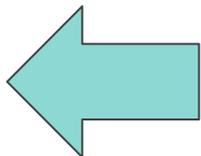


Comparação: alunos por escolas

Osório

Gini = 0,508

Theil = 0,431



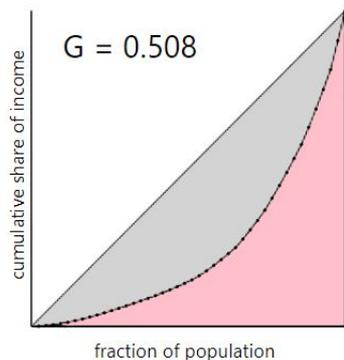
**maior
desigualdade =
mais
concentração**

Cidreira

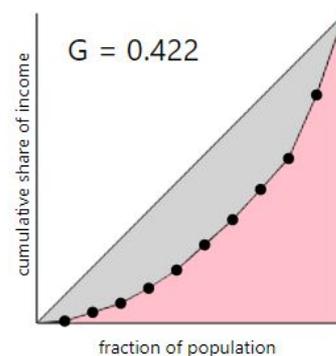
Gini = 0,422

Theil = 0,305

Here's your Lorenz curve:



Here's your Lorenz curve:





Métodos de análise espacial de economias regionais

6.1 Inequality, Lorenz Curves and Convergence

Inequality for a collection of R regions in a national system has been measured in a number of ways. The concept of σ -convergence [Young et al. \(2008\)](#) is perhaps one of the most widely employed, relying on the sample standard deviation:

$$s_t = \sqrt{\sum_{r=1}^R \frac{(y_{r,t} - \bar{y}_t)^2}{R-1}} \quad (20)$$

where $y_{r,t}$ is income in region r at time period t and $\bar{y}_t = \sum_{r=1}^R y_{r,t}/R$. For comparative analyses, the coefficient of variation is sometimes employed:

$$cv_t = \frac{s_t}{\bar{y}_t} \quad (21)$$

These measures of σ -convergence are scalar indicators that capture one aspect of the entire distribution of incomes across the R regions in the national system. Measures that are designed to consider more fully the distribution can be obtained by repurposing the Lorenz Curves and Gini coefficients, we previously encountered in the study of regional industrial structure, by replacing measures for different industries within a region with say per-capita incomes across the R regions ([Frick and Goebel, 2008](#)).

Jackson, Randall W.;
Hewings, Geoffrey J.D.;
Rey, Serge; and
Lozano-Gracia, Nancy,
"Regional Development:
Challenges, Methods, and
Models" (2019). Web
Book of Regional Science.
2. Regional Research
Institute, West Virginia
University. Morgantown,
WV, Edited by Randall
Jackson, 2019.

<https://researchrepository.wvu.edu/rri-web-book/2>

Métodos de análise espacial de economias regionais

σ -Convergência Espacial e Gini Espacial

As medidas anteriores de desigualdade e dispersão são omissas sobre o arranjo geográfico das economias regionais. Dito de outra forma, além do mapa observado consistindo de regiões R , há um total de $R!$ padrões de mapa que podem ser gerados de modo que cada mapa obtenha os mesmos valores para a medida de desigualdade em questão. Por causa da propriedade invariante locacional das medidas tradicionais de desigualdade, vários autores sugeriram medidas espacialmente explícitas para σ -convergência (Rey e Dev, 2006; Egger e Pfaffermayr, 2006).

Isso permite a partição da dispersão / desigualdade geral em um componente de desigualdade pura e dispersão espúria que surge das complicações devido à dependência espacial. No mesmo espírito da σ -convergência espacial, Rey e Smith (2013) sugeriram uma decomposição espacial do coeficiente de Gini que distingue entre desigualdade de pares para economias vizinhas versus desigualdade entre pares de regiões geograficamente distantes umas das outras.

Jackson, Randall W.;
Hewings, Geoffrey J.D.;
Rey, Serge; and
Lozano-Gracia, Nancy,
"Regional Development:
Challenges, Methods, and
Models" (2019). Web
Book of Regional Science.
2. Regional Research
Institute, West Virginia
University. Morgantown,
WV, Edited by Randall
Jackson, 2019.

<https://researchrepository.wvu.edu/rri-web-book/2>

Medindo a dimensão espacial da desigualdade regional: uma abordagem baseada na medida de correlação de Gini

382

D. Panzera, P. Postiglione

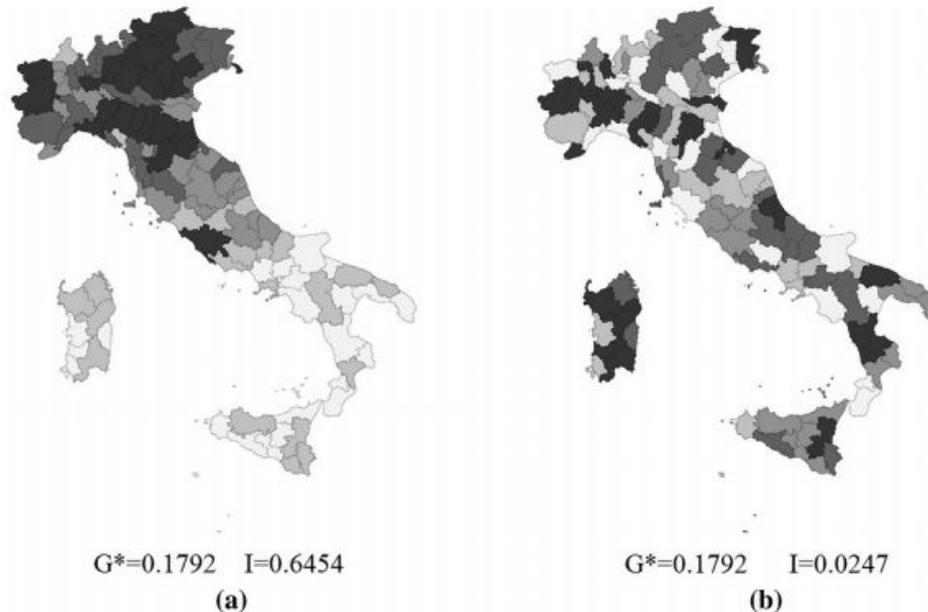


Fig. 1 Gini index G^* and Moran's I computed for GDP per capita—Italian provinces (2011) **a** Real spatial distribution of regional GDP per capita, and **b** spatial distribution obtained by a random permutation of regional GDP per capita

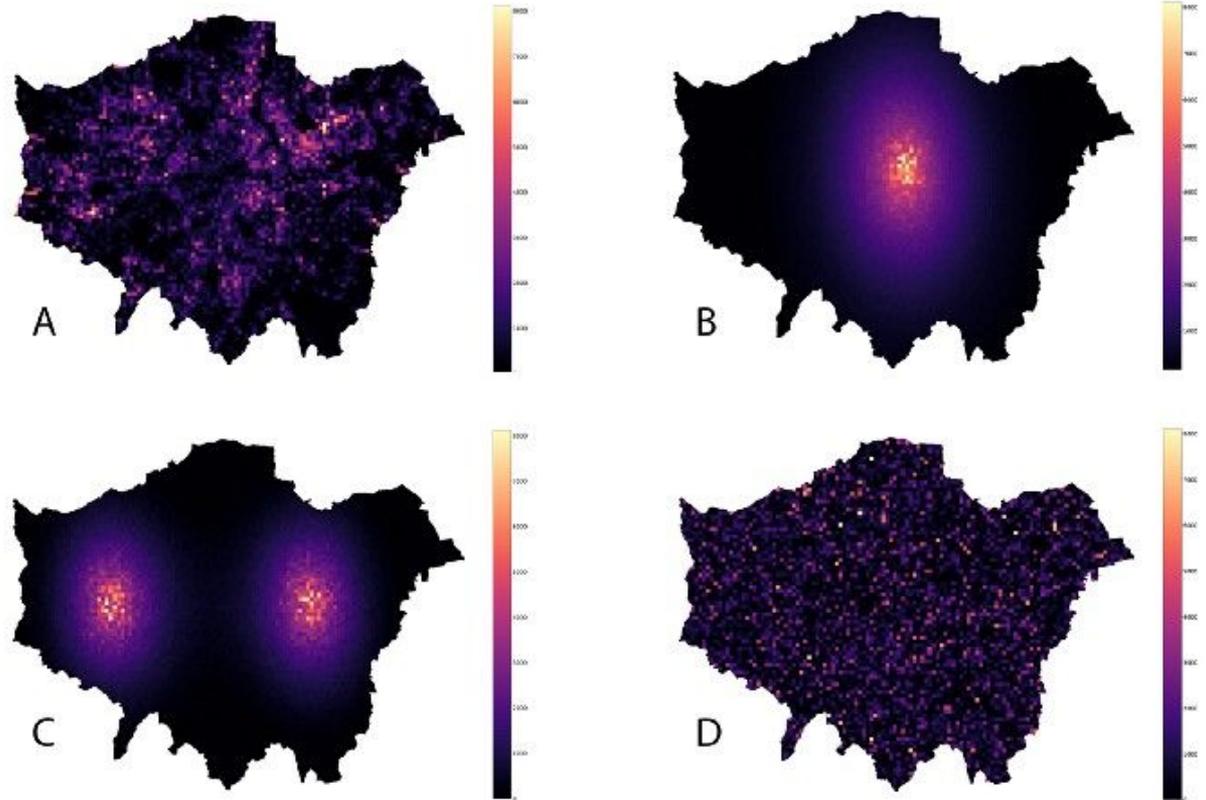
Panzera, Domenica;
Postiglione, Paolo.
Measuring the Spatial
Dimension of Regional
Inequality: An Approach
Based on the Gini
Correlation Measure.
Social Indicators Research
(2020) 148:379–394.

<https://doi.org/10.1007/s11205-019-02208-7>

Medir desigualdade no espaço com Gini tradicional?

Na definição do coeficiente de Gini, mencionamos uma palavra-chave: localização. O planejamento urbano trata, antes de mais nada, do espaço. Quer se trate de design, gestão, logística ou planejamento, os profissionais estão trabalhando com o espaço. Mas observe com atenção a definição do coeficiente de Gini amplamente utilizado: o espaço - neste caso geográfico - não figura nele. O coeficiente de Gini é completamente agnóstico em relação ao arranjo espacial da localização dos valores de interesse.

Os quatro arranjos a seguir - a verdadeira demanda de estacionamento e suas configurações reorganizadas espacialmente têm exatamente o mesmo coeficiente de Gini:



Métodos de análise espacial de economias regionais

Theil interregional inequality decomposition

6.3 Theil Interregional Inequality Decomposition

$$T^t = \sum_{r=1}^R s_r^t \log(Rs_r^t) \quad (23)$$

and:

$$s_r^t = y_r^t / \sum_{i=r}^R y_i^t \quad (24)$$

where R is the number of regions and y_r^t is per capita income in region r in period t .

Decomposition of total inequality is obtained as:

$$T^t = \sum_{g=1}^{\omega} s_g^t \log(n/n_g s_g^t) + \sum_{g=1}^{\omega} s_g^t \sum_{i \in g} s_{i,g}^t \log(n_g s_{i,g}^t) \quad (25)$$

where n_g is the number of observations in group g (and $\sum_g n_g = n$), $s_g^t = \sum_{i \in g} y_{i,g}^t / \sum_i y_i^t$ is the share of total income accounted for by group g , and $s_{i,g}^t = y_{i,g}^t / \sum_{i=1}^{n_g} y_{i,g}^t$ is region i 's share of group g 's income.

Regional applications of this decomposition are based on an exhaustive and mutually exclusive assignment of regional economies to groups. As a result, inequality is split into that due to average differences between regional groups (so called interregional inequality, the first term) and

Jackson, Randall W.; Hewings, Geoffrey J.D.; Rey, Serge; and Lozano-Gracia, Nancy, "Regional Development: Challenges, Methods, and Models" (2019). Web Book of Regional Science. 2. Regional Research Institute, West Virginia University. Morgantown, WV, Edited by Randall Jackson, 2019.

<https://researchrepository.wvu.edu/rri-web-book/2>



Usos de Gini na escolaridade

verificar se as diferenças regionais em níveis de escolaridade, observadas no Brasil, podem explicar os níveis de pobreza regional no país (BAGOLIN; PORTO JUNIOR, 2002).

Perguntas de partida:

- + Qual a relação entre esses níveis de desigualdade regional e o desempenho macroeconômico das regiões no Brasil?
- + O grau de dispersão da educação no Brasil está correlacionado com a taxa de crescimento das regiões e isso explicaria o lento processo de convergência regional?

Uma forma de observar isso é estimar o índice de Gini educacional para o Brasil, usando tanto dados relativos aos anos de escolaridade como a taxa média de matrículas nos vários níveis de escolarização, segundo a metodologia de Thomas, Wang e Fan (2000).

(BAGOLIN; PORTO JUNIOR, 2002).

outros usos do Gini



Artigo Original

Introdução da Aplicação do Coeficiente de Gini ao Espectro de Variabilidade da Frequência Cardíaca para Avaliação do Estresse Mental

Introduction of Application of Gini Coefficient to Heart Rate Variability Spectrum for Mental Stress Evaluation

Miguel Enrique Sánchez-Hechavarría,¹ Shreya Ghiya,² Ramon Carrazana-Escalona,³ Sergio Cortina-Reyna,³ Adán Andreu-Heredía,⁴ Carlos Acosta-Batista,⁴ Nicolás Armando Saá-Muñoz⁵

Departamento de Ciencias Básicas y Morfología - Facultad de Medicina - Universidad Católica de la Santísima Concepción,¹ Concepción – Chile
Department of Kinesiology, San Francisco State University,² San Francisco – EUA
Departamento de Ciencias Básicas Biomédicas - Facultad de Medicina 1 - Universidad de Ciencias Médicas de Santiago de Cuba,³ Santiago de Cuba – Cuba

Hospital Universitario Calixto García - Universidad de Ciencias Médicas de La Habana,⁴ La Habana – Cuba
Centro de Simulación - Departamento de Ciencias Clínicas y Preclínicas - Facultad de Medicina - Universidad Católica de la Santísima Concepción,⁵ Concepción – Chile

Resumo

Fundamento: O coeficiente de Gini é um instrumento estatístico geralmente usado por economistas para quantificar a desigualdade de renda. No entanto, ele pode ser aplicado a qualquer tipo de dados com distribuição desigual, incluindo a variabilidade da frequência cardíaca (VFC).

Objetivos: Avaliar a aplicação do coeficiente de Gini para medir a desigualdade na densidade espectral de potência de intervalos RR, e usar esta aplicação como um indicador psicofisiológico do estresse mental.

SANCHEZ-HECHAVARRIA, Miguel Enrique et al. Introdução da Aplicação do Coeficiente de Gini ao Espectro de Variabilidade da Frequência Cardíaca para Avaliação do Estresse Mental. Arquivos Brasileiros de Cardiologia. São Paulo, v. 113, n. 4, p. 725-733, Oct. 2019. <https://doi.org/10.5935/abc.20190185>

outros usos do Gini

Distribuição da população e cobertura da terra: o lugar das Áreas Protegidas no Pará, Brasil em 2010*

Álvaro de Oliveira D'Antona**
Ricardo de Sampaio Dagnino***
Maria do Carmo Dias Bueno****

“O relacionamento espacial dos planos de informação nas células indica que a população do estado é bastante concentrada, uma tendência que se reproduz nas Áreas Protegidas (o coeficiente de Gini para a distribuição dos domicílios é superior a 0,9). As APs configuram-se como áreas menos populosas e mais florestadas em comparação ao restante do estado.”

O objetivo deste artigo é analisar a distribuição da população do Pará, a partir de dados do Censo Demográfico 2010 associados a dados de uso e cobertura da terra do TerraClass, dispostos em uma grade estatística. Verifica-se o papel de 113 Áreas Protegidas (AP) – 46 Terras Indígenas, 51 Unidades de Conservação de Uso Sustentável e 16 Unidades de Conservação de Proteção Integral – no gradiente rural-urbano do ponto de vista populacional e em relação aos usos-coberturas da terra nelas existentes. Utilizando um Sistema de Informações Geográficas, os dados relativos às APs, ao uso e cobertura da terra e os censitários foram incorporados à grade estatística. O relacionamento espacial dos planos de informação nas células indica que a população do estado é bastante concentrada, uma tendência que se reproduz nas Áreas Protegidas (o coeficiente de Gini para a distribuição dos domicílios é superior a 0,9). As APs configuram-se como áreas menos populosas e mais florestadas em comparação ao restante do estado. Apesar da presença de extensas porções sem domicílios ocupados e da maior extensão de florestas do Pará (57%), identificam-se nestas áreas usos urbanos associados a outros usos e coberturas da terra. Os resultados indicam que as dinâmicas populacionais e as mudanças nos usos e cobertura da terra estão relacionadas de forma mais ampla, estimulando a reflexão sobre a urbanização e as mudanças no uso e cobertura da terra de forma mais integrada.

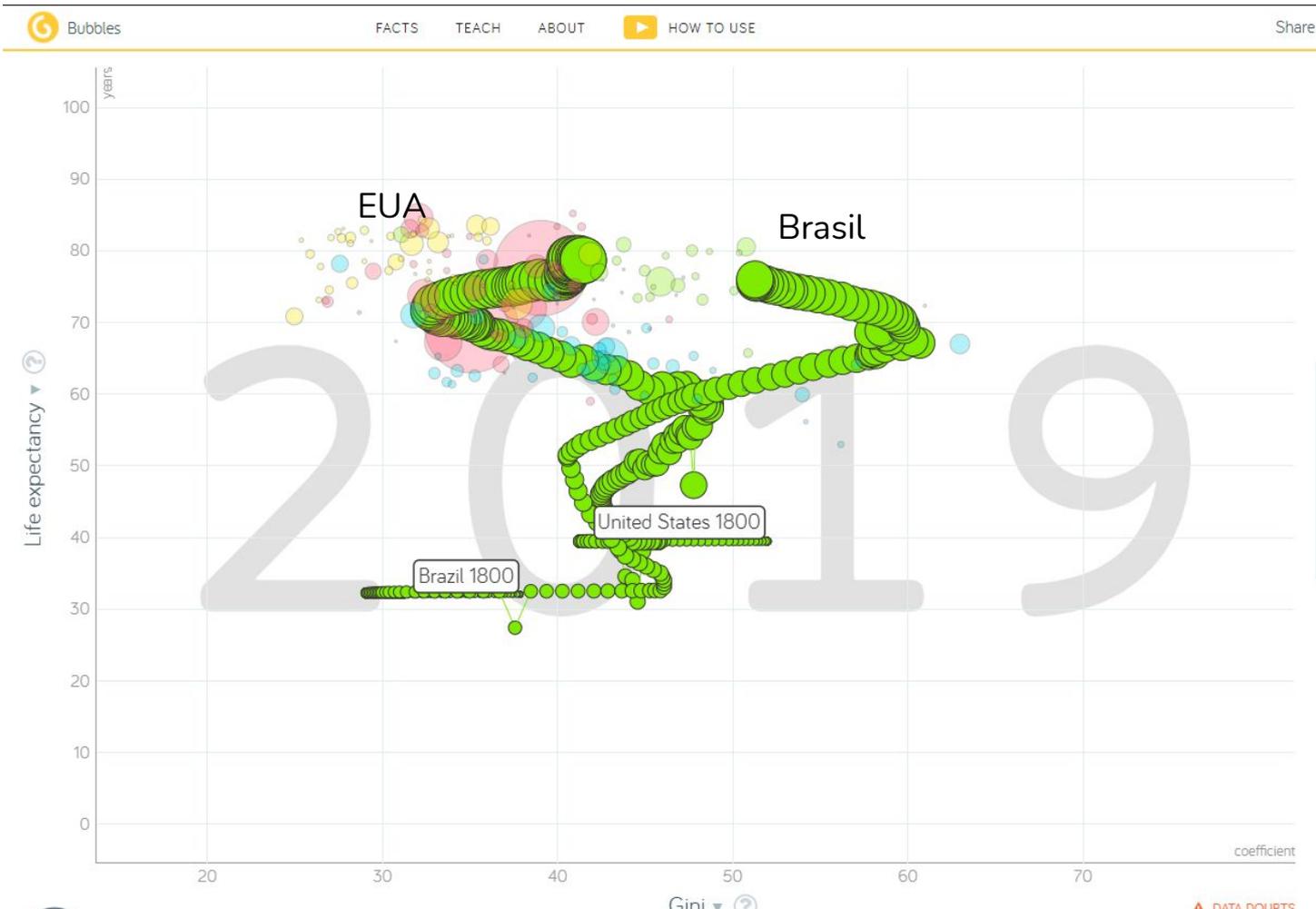
Palavras-chave: Pará. Áreas Protegidas. Distribuição espacial. Grade estatística. Uso e cobertura da terra.

D'Antona et al. (2015).

Gini e expectativa de vida

Gapminder

<https://bit.ly/38bsn9e>





Referências

AMARAL, Ernesto Friedrich de Lima. Elaboração de indicadores sociais. Belo Horizonte: UFMG, 2009. Disponível: <<http://www.ernestoamaral.com/docs/IndSoc/Aula6slides20091.pdf>>. Acesso 6 nov. 2020.

AZEVEDO, Mário Luiz Neves de. Igualdade e equidade: qual é a medida da justiça social?. Avaliação (Campinas), Sorocaba, v. 18, n. 1, p. 129-150, Mar. 2013. <https://doi.org/10.1590/S1414-40772013000100008>.

BAGRICHEVSKY, M. et al. Desigualdades sociais em saúde e práticas corporais: um exercício singular de análise. Saúde e Sociedade, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 497-510, 2013.

BARROS, Fernando; SOUSA, Maria. Equidade: seus conceitos, significações e implicações para o SUS. Saúde e sociedade. 2016, vol.25, n.1, pp.9-18. <https://doi.org/10.1590/S0104-12902016146195>.

BAGOLIN, Izete; PORTO JUNIOR, Sabino. A desigualdade da distribuição da educação e crescimento no Brasil: índice de Gini e anos de escolaridade. 2002. https://www.researchgate.net/profile/Sabino_Junior/publication/229050493_A_desigualdade_e_da_distribuciao_da_educacao_e_crescimento_no_Brasil_indice_de_Gini_e_anos_de_escolaridade/links/0a85e52e11243b4329000000.pdf

COELHO, R. Modelos de Distribuição de Riqueza. Dissertação (Mestrado em Métodos Computacionais em Ciências e Engenharia). Faculdade de Ciências, Universidade do Porto. 2004. <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/12284/2/Texto%20Integral.pdf> (Capítulo 2 - Distribuições e índices econômicos)

COWELL, Frank A. Measuring Inequality, Oxford University Press, UK, 2009. http://darp.lse.ac.uk/papersDB/Cowell_measuringinequality3.pdf

DAGNINO, R.; SILVEIRA, P. SARMIENTO, D.; WEBER, E.; FRANCO, G.; SANTOS, P.; COSTA, B.; PIRES, E. Estabelecimentos de ensino do Litoral Norte do Rio Grande do Sul: suas características e dados agregados no nível municipal. Relatório do Projeto SIG Litoral (UFRGS/PROPEQ N° 34096) Tramandaí: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, out. 2019. <https://www.ufrgs.br/sig/mapas/educacao/>

D'ANTONA, Álvaro de O.; DAGNINO, R. de S.; BUENO, M. do C. D. Distribuição da população e cobertura da terra: o lugar das Áreas Protegidas no Pará, Brasil em 2010. Revista Brasileira De Estudos De População, 32(3), 563-585, 2015. Disponível em <https://www.rebep.org.br/revista/article/view/744>

Egger, P. and Pfaffermayr, M. (2006). Spatial convergence. Papers in regional science, 85(2):199-215.

HECKSHER, Marcos; SILVA, Pedro Luis do Nascimento; CORSEUIL, Carlos Henrique. A contribuição dos ricos para a desigualdade de renda no Brasil. Pesquisa e planejamento econômico, v. 48, n. 3, p. 33-63, dez. 2018. Disponível em: <<https://ppe.ipea.gov.br/index.php/ppe/article/viewFile/1991/1273>>. Acesso 7 nov. 2020.

HOFFMANN, R. O índice de desigualdade de Theil-Atkinson, Revista de Econometria, 11 (2), p. 143-160, 1991. Disponível em: <<http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/bre/article/view/3001>>. Acesso 7 nov. 2020.

HOFFMANN, R. Medidas de pobreza. In: HOFFMANN, R. Distribuição de renda: medida de desigualdade e pobreza. Editora da Universidade de São Paulo, 1998. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/297175/mod_resource/content/1/3646_001.pdf>. Acesso 7 nov. 2020.

IBGE. Síntese de indicadores sociais : uma análise das condições de vida da população brasileira: 2019 Rio de Janeiro: IBGE, 2019. 130 p. - (Estudos e pesquisas. Informação demográfica e socioeconômica, ISSN 1516-3296 ; n. 40). Disponível em: <<https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=2101678>>. Acesso 30 out. 2020.

Referências

MEDEIROS, Marcelo. Medidas de desigualdade e pobreza. Brasília, Ed. UNB, 2012. Disponível em:

<https://econpolrq.files.wordpress.com/2013/05/medeiros_2012_medidas_de_desigualdade_e_pobreza.pdf>. Acesso 6 nov. 2020.

NERI, Marcelo. Curva de Lorenz. Centro de Políticas Sociais, FGV. Disponível em:

<https://www.cps.fgv.br/cps/pesquisas/Políticas_sociais_alunos/2010/BES_raiz_aanew/pdf/sbst/BES_CurvadeLorenz.pdf>. Acesso 7 nov. 2020.

NERI, Marcelo. Índice de Theil. Centro de Políticas Sociais, FGV, s/d. Disponível em:

<https://www.cps.fgv.br/cps/pesquisas/Políticas_sociais_alunos/2010/BES_raiz_aanew/pdf/sbst/BES_Theil_Teoria.pdf>. Acesso 7 nov. 2020.

NERI, Marcelo. Índice de Gini. Material do curso Bem estar social e desigualdade. Centro de Políticas Sociais, FGV, s/d.

https://www.cps.fgv.br/cps/pesquisas/Políticas_sociais_alunos/2012/Site/Indice_de_Gini.pdf

NERI, Marcelo. *7.2 How about Pure Inequality?: Ginis and Lorenz - World and Brazil. 12/02/2020.

<https://www.cps.fgv.br/cps/bd/curso-md/7b-GiniGlobalBrazilMD.pdf>

Panzer, Domenica; Postiglione, Paolo. Measuring the Spatial Dimension of Regional Inequality: An Approach Based on the Gini Correlation Measure. Social Indicators Research (2020) 148:379–394.

<https://doi.org/10.1007/s11205-019-02208-7>

PINTO, Jeronymo Marcondes. Desigualdade de renda no Estado de São Paulo: uma análise das disparidades regionais. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto. Área de Concentração: Economia Aplicada. Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, 2007. 101 p.

<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/96/96131/tde-25042008-091311/publico/JeronymoMarcondesPinto.pdf>

RAMZAI, Juhi. Clearly Explained: Gini coefficient and Lorenz curve. 27 abril 2020.

<https://towardsdatascience.com/clearly-explained-gini-coefficient-and-lorenz-curve-fe6f5dc07dc07>

Rey, S. J. and Dev, B. (2006). σ -convergence in the presence of spatial effects. Papers in Regional Science, 85(2):217–234.

Rey, S. J. and Smith, R. J. (2013). A spatial decomposition of the gini coefficient. Letters in Spatial and Resource Sciences, 6(2):55–70.

RODRIGUÊS, Iris; FRIAS, Lincoln; RAMOS, Patrícia. Medindo a desigualdade de renda nos municípios brasileiros: o Índice de Palma vs. o Índice de Gini. In: Caderno de resumos do 2º Congresso de Ciências Sociais Aplicadas; 7ª Semana do Programa Integrado de Ensino, Pesquisa e Extensão. Universidade Federal de Alfenas campus de Varginha. Varginha, MG: UNIFAL-MG, 2015. ISSN: 2446-9106. Disponível em:

<https://www.unifal-mg.edu.br/piepex/system/files/imce/2527_II_Congresso%20ICSA_VII_Semana_PIEPEX.pdf#page=134>. Acesso 30 out. 2020.

RODRÍGUEZ, Carlos. Sete Grandes Debates sobre Desigualdade Social. In: Cattani, A. D.; Mota, L. (orgs.). Desigualdades na América Latina: Novas perspectivas analíticas. Porto Alegre, Editora da UFRGS, 2005. pp. 207-233.



Referências

ROHDE, N. J-divergence measurements of economic inequality. Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society), v. 179, n. 3, p. 847-870, 2016.

ROSER, Max; ORTIZ-OSPINA, Esteban. Income Inequality. OurWorldInData.org, 2013. <https://ourworldindata.org/income-inequality>

RUSSO, Vivaldo; BRESCIANI FILHO, Ettore. Desigualdade Social e Pobreza: Aspectos Analíticos e Estatísticos da Desigualdade Social e Pobreza. Academia Brasileira da Qualidade (ABQ), 2018.
<http://www.abqualidade.org.br/estudos-destaque-abq.php?id=218>

SANCHEZ-HECHAVARRIA, Miguel Enrique et al . Introdução da Aplicação do Coeficiente de Gini ao Espectro de Variabilidade da Frequência Cardíaca para Avaliação do Estresse Mental. Arquivos Brasileiros de Cardiologia. São Paulo, v. 113, n. 4, p. 725-733, Oct. 2019. <https://doi.org/10.5935/abc.20190185>.

SEN, Amartya. SEN, A. Por qué la equidade en salud? Revista Panamericana de Salud Publica, Washington, DC, v. 11, n. 5-6, p. 302-309, 2002.
<https://scielosp.org/article/rpsp/2002.v11n5-6/302-309/>.

SHLEGERIS, Buck. A dynamic programming algorithm for the Gini coefficient. Dec 29, 2016.
<https://shlegeris.com/2016/12/29/gini.html>

SHLEGERIS, Buck. Gini coefficient calculator. s/d. <https://shlegeris.com/gini.html>

THOMAS, V., WANG, Y.; FAN, X. Measuring Education Inequality: Gini Coefficients of Education, World Bank Institute, World Bank, (2000).

VILLEN, Gabriela. José Gabriel Palma discute a dinâmica da desigualdade global em evento na Unicamp. Site da Unicamp, 13 set. 2018.
<https://www.unicamp.br/unicamp/noticias/2018/09/13/jose-gabriel-palma-discute-dinamica-da-desigualdade-global-em-evento-na-unicamp#:~:text=O%20C3%8Dndice%20Palma%2C%20por%20meio,de%20seu%20n%C3%ADvel%20de%20riqueza>.

Yeghikyan, Gevorg. Why measuring urban inequality with the Gini index is a bad idea. Towards data science, Dec 28, 2019.
<https://towardsdatascience.com/why-measuring-urban-inequality-with-the-gini-index-is-a-bad-idea-3d67b555dded>

YULE, G. U.; KENDALL, M. G. An Introduction to The Theory of Statistics. London: Griffin, 1950. Apud COWELL, Frank A. Measuring Inequality, Oxford University Press, UK, 2009.
http://darp.lse.ac.uk/papersDB/Cowell_measuringinequality3.pdf

WESSA, P. Concentration and Inequality (v1.0.1) in Free Statistics Software (v1.2.1), Office for Research Development and Education, 2016.
http://www.wessa.net/rwasp_concentration.wasp/